PROGRAMACIÓN LINEAL

PROBLEMA Nº 1: FÁBRICA DE BOMBONES

Una fábrica de bombones entrega sus productos en cajas de un kilogramo en dos variedades A y B. La caja tipo A contiene trescientos gramos de bombones de licor, quinientos gramos de bombones de nuez y doscientos gramos de bombones de frutas.

La caja tipo B contiene: cuatrocientos gramos de licor, doscientos gramos de nuez y cuatrocientos gramos de frutas.

La utilidad de la caja tipo A es de $ 120 y la de tipo B es de $ 90.

El fabricante dispone de cien kilogramos de bombones de licor, ciento veinte kilogramos de nuez y cien kilogramos de fruta.

a. Se pide encontrar la mejor combinación de cajas que haga máxima la utilidad de dicha fábrica.
b. ¿En cuánto y en qué varía el modelo si se incrementa en 1 kg. los bombones de fruta?
c. Varíe los coeficientes de la función Objetivo para obtener múltiples óptimos.
d. ¿Qué tipo de bombón me conviene aumentar para incrementar mi utilidad?

PROBLEMA Nº 2: TEXTIL DEL SUR

La empresa “Textil del Sur” se dedica a la confección de dos tipos de suéter: A y B. Ambos se tejen en el mismo tipo de máquina. Luego de un estudio de probabilidad de producción se sabe que se disponen de 1.600 horas/máquina por mes y 11.000 hombres por mes.

No hay restricciones en cuanto a la posibilidad de conseguir materia prima. Cada suéter tipo A consume una hora/máquina y once hombres. Cada suéter tipo B consume dos horas/máquina y diez hombres.

Las contribuciones marginales son de $ 100 de A y de $ 120 de B.

La demanda no superará más de setecientos suéteres tipo A y seiscientos de tipo B por mes.

Se pide:

a. Solución gráfica del problema.
b. ¿El aumento, en cuál restricción implica mayor utilidad?
c. ¿En qué y cuánto afecta cada variación en $ 1 de utilidad en A o B?
d. Significado de las variables.

PROBLEMA Nº 3: FÁBRICA LAS MADERAS

Una fábrica de artículos del hogar procesa dos modelos de artículos A y C, ambos sufren tres procesos que son: maquinado, armado y montaje.

La disponibilidad total en minutos de cada proceso en la empresa es:

	Maquinado	Armado	Montaje
Minutos	480	600	540

El artículo A deja \$ 100 de beneficios y C deja \$ 120.

Desde fábrica informan que para elaborar A se necesitan cuatro minutos de maquinado, cinco minutos de armado y doce minutos de montaje. Para C se necesitan ocho minutos de maquinado, seis minutos de armado y ocho minutos de montaje.

Se pide:

a. Hallar la cantidad de cada artículo a producir a fin de maximizar los beneficios.
b. ¿En cuánto varía la utilidad con una nueva máquina de armado que aumenta en 100 minutos los disponibles?
c. Entre maquinado y montaje, ¿cuál de los minutos le conviene aumentar?
d. ¿En cuánto puede disminuir el precio de C y no varíe la utilidad?

PROBLEMA Nº 4: FÁBRICA DE CAMISAS

Una empresa fabrica dos modelos de camisas: 3D y 4C, con los siguientes requerimientos:

	3C	**4C**
Materia Prima	1 metro	2 metros
Mano de Obra	1 hora	4 horas
Horas Máquina	2 horas	1 hora
Contribución Marginal	\$ 30	\$ 50

El gerente de producción informa que para el mes dispone de 300 horas/máquina y 800 horas/hombre. El gerente financiero dispone de recursos sólo para quinientos metros de tela en el mes. Sabiendo que utiliza un sistema de costo standard:

a. ¿Cuál es la combinación óptima para obtener el máximo beneficio?
b. Con 200 m de tela adicional ¿en qué varía la solución óptima?
c. Si se invierten los precios, ¿qué varía?
d. ¿Cómo se lograrían múltiples soluciones?

PROBLEMA Nº 5: FÁBRICA EL HIERRO FELIZ

En un taller metalúrgico se fabrican dos tipos de piezas A y B. Ambos deben seguir los siguientes procesos: estampado, soldado y pintura. Los insumos de equipo para cada una de las operaciones son:

- <u>Pieza A</u>: 3 segundos para estampado, 12 segundos para soldado y 9 segundos para pintado.
- <u>Pieza B</u>: 8 segundos para estampado, 6 segundos para soldado y 9 segundos para pintado.

Los tiempos disponibles son:

- Estampado: 48.000 segundos.
- Soldado: 42.000 segundos.
- Pintado: 36.000 segundos.

La utilidad marginal de A es de $ 40 y de B es de $ 30.

a. Se desea saber el programa semanal de producción que maximice la utilidad del taller.

b. Si se quiere invertir, ¿en qué proceso recomienda hacerlo?

c. ¿Hasta qué precio puede bajar B y no variar la utilidad?

d. Si A baja en $ 1, ¿en qué se altera el modelo?

PROBLEMA Nº 6: FÁBRICA DE BANCOS Y MESAS

Una fábrica de bancos y mesas desea maximizar sus beneficios donde la contribución marginal de bancos es de $ 100 por unidad y de mesas $ 120 por unidad. Cuenta con 60 horas semanales para el ensamble y utiliza 3 horas semanales para bancos y 6 horas semanales para mesas. Para el proceso de terminado cuenta con 32 horas semanales y utiliza 4 horas semanales para bancos y 2 horas para mesas.

Al fabricante no le conviene producir menos de cinco bancos semanales y menos de 2 mesas semanales ya que no cubre sus costos fijos.

Se pide:

a. Solución por el método gráfico.

b. Zona de soluciones factibles.

c. Punto óptimo y su valor aproximado.

d. Indicar gráficamente si los procesos de ensamble o terminado tienen tiempo no utilizado en el punto óptimo encontrado.

PROBLEMA 7: SILLAS DE LUJO Y ESTÁNDAR

Una pequeña fábrica de muebles produce dos tipos de sillas: la de Lujo y la de Estándar. Cada silla se fabrica con ocho metros cuadrados de plástico. Sin embargo, la de lujo necesita dos metros de tubo de acero y tres horas de mano de obra, mientras que la estándar requiere 1,50 metros de tubo de acero y dos horas de mano de obra.

La compañía solamente puede comprar cuatrocientos metros cuadrados de plástico y ochenta metros de tubo de acero por semana. La capacidad de mano de obra es de dos hombres trabajando cada uno 40 horas a la semana, pero podrían trabajar hasta 10 horas extras cobrando el doble.

El precio de venta de cada silla es de $ 50 y $ 40 respectivamente. La mano de obra cuesta $2 la hora, el plástico cuesta $ 0,50 el metro cuadrado y el tubo de acero cuesta $ 10 el metro. La fábrica puede vender todo lo que produzca.

Obtener un programa de producción que maximice el beneficio.

PROBLEMA 8: RENT A CAR

Una firma dedicaba al alquiler de automóviles tiene escasez de coches en una serie de poblaciones. Las ciudades A, B, C y D disponen de 20, 35, 15 y 10 coches menos de los que necesitan para los alquileres esperados. El director de la firma se entera que en las ciudades X, Y y Z tienen 40, 25 y 30 coches más respectivamente. El costo de transporte de un coche entre las distintas ciudades es de:

Ciudades	**A**	**B**	**C**	**D**
X	$ 2.000	$ 2.200	$ 1.100	$ 1.200
Y	$ 1.100	$ 1.000	$ 600	$ 900
Z	$ 800	$ 500	$ 1.100	$ 1.300

Se necesita solucionar el problema de escasez minimizando los costos totales de transporte.

Solución: X -> C: 15; X -> D: 10; Y -> A: 20; Y -> B: 5; Z -> B: 30

PROBLEMA 9: FÁBRICA DE SOMBREROS

Una industria elabora dos tipos de sombreros. Cada sombrero tipo criollo requiere dos veces más tiempo de mano de obra que un sombrero panameño. Si todos los sombreros son exclusivamente del tipo panameño, esta industria puede producir un total de 500 unidades al día. El mercado limita las ventas diarias del primero y segundo tipos a 150 y 200 unidades.

Se necesita determinar el número de sombreros de cada tipo que deben elaborarse para maximizar la ganancia. Suponga que la ganancia que se obtiene por producto es de $ 160 para el tipo criollo y de $ 100 para el tipo panameño.

PROBLEMA 10: PRODUCCIÓN DE RADIOS

Una industria de productos electrónicos produce dos modelos de autoestéreo, cada uno en una línea de producción de volumen diferente.

La capacidad diaria de la primera línea es de 60 unidades y la de la segunda es de 75. Cada unidad del primer modelo utiliza 10 piezas de cierto componente electrónico, en tanto que cada unidad del segundo modelo requiere 8 piezas del mismo componente. La disponibilidad diaria máxima del componente especial es de 800 piezas.

La ganancia por unidad de los modelos 1 y 2 es $ 300 y $ 200, respectivamente. Determinar la producción diaria óptima de cada modelo de radio

PROBLEMA 11: PRODUCTOS A, B Y C

Una empresa fabrica tres productos: A, B y C. Los analistas financieros han informado a los administradores que se deben recuperar $ 20.000 de costos fijos asociados con inversiones de capital y gastos generales para que la empresa alcance el punto de equilibrio. Los administradores de la empresa quieren determinar la cantidad de cada uno de los productos que se deben fabricar para que, cuando la empresa llegue al punto de equilibrio, la suma de los costos variables de producción sea mínima. Los precios de venta de los tres productos son $ 120, $ 100 y $ 60, respectivamente. Los costos variables asociados con los productos son $ 100, $ 85 y $ 50. Los pedidos atrasados que se tienen para los tres productos son: A = 300 unidades, B = 250 unidades y C = 1000 unidades. Deben surtirse todos los pedidos atrasados antes de surtir pedidos nuevos.

PROBLEMA 12:

Las restricciones pesqueras impuestas por la CEE obligan a cierta empresa a pescar como máximo 2.000 toneladas de merluza y 2.000 toneladas de rape. Además, en total, las capturas de estas dos especies no pueden pasar de las 3.000 toneladas. Si el precio de la merluza es de 1.000 €/Kg y el precio del rape es de 1.500 €/Kg, ¿qué cantidades debe pescar para obtener el máximo beneficio?

Solución: 1.000 toneladas de merluza y 2.000 toneladas de rape, con Z = € 4.000.000.

PROBLEMA 13:

Dos pinturas A y B tienen ambas dos tipos de pigmentos p y q. A está compuesto de un 30% de p y un 40% de q, B está compuesto de un 50% de p y un 20% de q, siendo el resto incoloro para ambas pinturas. Se mezclan A y B con las siguientes restricciones: la cantidad de A es mayor que la de B, su diferencia no es menor que 10 gramos y no supera los 30 gramos; B no puede superar los 30 gramos ni ser inferior a 10 gramos.

a. ¿Qué mezcla contiene la mayor cantidad del pigmento p?

b. ¿Qué mezcla hace q mínimo?

Solución: La mayor cantidad de pigmento p, se produce para 60 gramos de la pintura A y 30 de la B.

La menor cantidad de pigmento q, se produce para 20 gramos de la pintura A y 10 de la B.

PROBLEMA 14: TRANSPORTE

Una empresa dedicada a la fabricación de componentes de computadoras tiene dos fábricas que producen, respectivamente, 800 y 1500 piezas mensuales. Estas piezas han de ser transportadas a tres tiendas que necesitan 1000, 700 y 600 piezas, respectivamente. Los costes de transporte, en euros, por pieza son los que aparecen en la tabla adjunta. ¿Cómo debe organizarse el transporte para que el coste sea mínimo?

	Tienda A	Tienda B	Tienda C
Fábrica I	€ 3,00	€ 7,00	€ 1,00
Fábrica II	€ 2,00	€ 2,00	€ 6,00

PROBLEMA 15: DIETA

En una granja de pollos se da una dieta "para engordar" con una composición mínima de 15 unidades de una sustancia A y otras 15 de una sustancia B. En el mercado sólo se encuentran dos clases de compuestos: el tipo X con una composición de una unidad de A y cinco de B, y el tipo Y, con una composición de cinco unidades de A y una de B. El precio del tipo X es de $ 1.000 y el del tipo Y es de $ 3.000. ¿Qué cantidades se han de comprar de cada tipo para cubrir las necesidades con un coste mínimo?

PROBLEMA 16: TRABAJO ESTUDIANTIL

Un estudiante dedica parte de su tiempo al reparto de propaganda publicitaria. La empresa IMPREX le paga $ 0,50 por cada impreso repartido y la empresa FOLL, con folletos más grandes, le paga $ 0,70 por impreso. El estudiante lleva dos bolsas: una para los impresos de IMPREX, en la que caben 120, y otra para los impresos de FOLL, en la que caben 100. Ha calculado que cada día es capaz de repartir 150 impresos como máximo. Lo que se pregunta el estudiante es: ¿cuántos impresos deberá de repartir de cada clase para que su beneficio diario sea máximo?

PROBLEMA 17: FÁBRICA DE LÁMPARAS

En una fábrica de lámparas se producen dos tipos: las fluorescentes que se venden a $ 15,00 cada una y las de bajo consumo que se venden a $ 28,00 cada una. La producción está limitada por el hecho de que no pueden fabricarse al día más de 400 fluorescentes y 300 de bajo consumo, ni más de 500 en total. Si se vende toda la producción, ¿cuántas de cada clase convendrán producir para obtener la máxima facturación posible?

PROBLEMA 18: COMPAÑÍA AÉREA

Una compañía aérea tiene dos aviones, 707 y 727, para cubrir un determinado trayecto. El avión 707 debe hacer más veces el trayecto que el avión 727, pero no puede sobrepasar 120 viajes. Entre los dos aviones deben hacer más de 60 vuelos pero no menos de 200. En cada vuelo A consume 900 litros de combustible y B 700 litros. En cada viaje del avión A la empresa gana € 300.000 y € 200.000 por cada viaje del B. ¿Cuántos viajes debe hacer cada avión para obtener el máximo de ganancias? ¿Cuántos vuelos debe hacer cada avión para que el consumo de combustible sea mínimo? *(Murcia. Junio 1991)*

PROBLEMA 19: PROBLEMAS VARIOS

Plantear los siguientes problemas mediante los métodos gráfico e informático y analizar las soluciones obtenidas:

A	Z(mín) = -4 x1 + 6 x2 18 x1 + 14 x2 >= 126 10 x1+ 24 x2 >= 60	B	Z(máx) = 3 x1 + 3 x2 + 3 x3 2 x1 + 10 x2 + 4 x3 >= 500 2 x2+ 4 x3 >= 100
C	Z(máx) = 9 x1 + 3 x2 14 x1 + 10 x2 >= 280 -8 x1+ 16 x2 <= 64	D	Z(mín) = 5 x1 + 10 x2 -10 x1 + 6 x2 >= 60 8 x1 + 15 x2 <= 120

PROBLEMA 20: CASO DE APLICACIÓN

Ud. es el Gerente de una PyME y un pasante de la Facultad de Ciencias Económicas le presenta un informe acerca de un esquema óptimo de producción de la empresa y la mejora en los beneficios que puede obtener, todo ello basado en lo que estudió en Métodos Cuantitativos para los Negocios.

Esta empresa fabrica tres tipos de autopartes y el informe gerencial dice:

Con la actual disponibilidad de recursos podemos fabricar 1.098 partes X1-A, 3.424 de TR-1 y 239 de FD-Z, con un beneficio total de $ 6.860.000. Esto va a dejar un excedente 48.000 minutos de estampado y sin excedentes el resto de los procesos.

La actual contribución marginal del TR-1, de $ 1.500, puede disminuirse en $ 400 sin alterar los resultados, pero si la contribución de de FD-Z se lleva a $ 1.300 hay que repensar la cantidad de partes a fabricar. La contribución de X1-A puede seguir siendo de $ 1.400 y la de FD-Z ($1200) hay que mejorarla.

Conviene incrementar la disponibilidad de minutos de pintura porque mejora el beneficio en 45 $/min. Para este incremento nos conviene conseguir 11.000 minutos adicionales.

No se debería fabricar el producto FD-Z porque es el que menos aporta al beneficio total y consume recursos que pueden destinarse a fabricar las otros partes.

Otra alternativa de mejorar la producción, por lo barato del recurso, es incrementar la disponibilidad de minutos de estampado en al menos el doble de lo disponible actualmente.

En algún momento se deberá pensar con el ingeniero de producción que hacemos con la posible mejora del beneficio en 106 $/min de ensamblado ya que ese recurso es caro.

Acerca de los minutos de soldado no tengo nada para decir, ya que la variación de su contribución marginal en +$ 226 o -$ 456 no aportan a la producción. Además, la máquina que realiza esta tarea, que funciona mal, tiene que tener disponible como mínimo 36.336 minutos y no creo que pueda incrementarse en 1.535 minutos para dejar contento al ingeniero y seguir con este nivel de producción.

Además el ingeniero manifiesta que sólo se pueden incrementar 1.000 minutos cualquiera de los recursos necesarios.

Finalmente, con la existencia de recursos actuales no se pueden mejorar los beneficios.

Realice un análisis crítico el informe gerencial para verificar la consistencia de los datos e información aportada. Luego enumerar cualquier error o faltante en el informe, indicando, de ser posible, el valor correcto o faltante.

PROBLEMA 21: CASO DE APLICACIÓN

Responder sin realizar el método de solución gráfica.

Considere el problema de programa lineal para Maximizar 3 A + 2 B sujeto a las restricciones:

i. A + B <= 10
ii. 2 A + B >= 4
iii. A + 3 B >= 8
iv. 2 A + B <= 16
v. A, B >= 0

Cuyo Punto Óptimo es: A = 6, B = 4, brindado por la intersección entre la restricción i. y la restricción iv.

Suponga que la contribución marginal de la variable A de la función objetivo se incrementa de 3 a 5. ¿Qué puede decir acerca de la nueva solución óptima? Justifique.

Suponga que el lado derecho de la restricción iv se reduce de 16 a 12; sabiendo que el límite inferior es 12 y el precio sombra es 1 para el lado derecho de esta restricción. ¿Cuál es valor de la función objetivo? Justifique. Responder sin realizar la solución gráfica

PROBLEMA 22:

Una empresa dedicada a la fabricación de teclados decide aplicar la programación lineal para minimizar su costo diario de producción.

Actualmente, fabrica teclados ergonómicos y estándar. La fabricación de los mismos se lleva a cabo a través de un proceso que insume 4 minutos para el teclado ergonómico y 2 para el estándar. La disponibilidad para este proceso es de 8 horas diarias.

Según acuerdos contractuales, se deben fabricar un mínimo de 20 teclados ergonómicos y 30 estándar por día.

PROBLEMA 23:

El costo unitario de fabricación es \$ 50,00 y \$ 30,00 respectivamente.

1. Obtener la solución óptima.
2. ¿En cuánto pueden variar los costos unitarios de fabricación para que se mantengan el punto óptimo?

Considere el programa lineal de maximizar 3 X_1 + 2 X_2, sujeto a:

- $X_1 + X_2 <= 10$

- $2 X_1 + X_2 >= 4$
- $X_1 + 3 X_2 >= 9$
- $2 X_1 + X_2 <= 20$
- $X_1, X_2 >= 0$

a) Resuelva este programa utilizando el procedimiento de solución gráfica.

b) Con los resultados obtenidos en el punto a), C_1 se incrementa de 3 a 5, ¿qué puede decir acerca de la nueva situación?

c) Con los resultados obtenidos en el punto a), suponga que el lado derecho de la cuarta restricción se reduce de 20 a 16, sabiendo que el límite inferior es 2 y el precio dual es 1 para este lado derecho, ¿cuál es valor de la función objetivo sin realizar un nuevo gráfico?

PROBLEMA 24:

Se pretende cultivar en un terreno dos tipos de olivos: A y B. No se puede cultivar más de 8 Ha con olivos de tipo A ni más de 10 Ha con olivos del tipo B. Cada hectárea de olivos de tipo A necesita 4 m^3 de agua anuales y cada una de tipo B 3 m^3. Se dispone anualmente de 44 m^3 de agua. Cada hectárea de tipo A requiere una inversión de $ 500 y cada una de tipo B $ 225. Se dispone de $ 4.500 para realizar dicha inversión. Si cada hectárea de olivar de tipo A y B producen, respectivamente, una utilidad de $ 500 y $ 300:

1. Obtener razonablemente la solución óptima.
2. ¿Qué restricciones forman el Punto Óptimo?
3. ¿Cuáles son las restricciones que tienen holgura?
4. ¿Cómo mejoraría la Utilidad?, ¿en cuánto?