Universidad Nacional de Salta
Instituto de Investigaciones Económicas
Reunión de Discusión Nº 187
Fecha: 08/10/08
Hora: 16

# LA OFERTA DE TRABAJO

Eduardo Antonelli

**1. *Presentación***

El planteamiento tradicional de la oferta de trabajo (véase, por ejemplo, Nicholson, 2007) propone que el agente que desea trabajar reparte su tiempo entre el consumo, que procura a través del trabajo, y el ocio, conforme un mecanismo de optimización que iguala el cociente de las utilidades marginales del ocio y consumo con el salario de mercado, siendo su restricción, el tiempo total disponible.

El autor de este trabajo considera que el planteamiento podría resultar hasta cierto punto insatisfactorio porque los resultados muestran una relación entre el consumo y el ocio, en lugar de una entre el trabajo y el ocio, que constituye el problema original. Por otra parte, el planteamiento no incluye otro precio además del salario, esto es, no se explicita el salario de reserva del agente, a la vez que algunas pruebas con funciones de utilidad no incluyen el salario en el resultado del proceso de optimización.

Se ofrece por lo tanto una alternativa que supone algunos cambios respecto del planteo tradicional, entre ellos la explicitación del salario de reserva, con lo que se consiguen resultados aparentemente más razonables empleando las mismas funciones de utilidad que en el planteamiento anterior proporcionarían resultados contraintuitivos.

**2. *Planteamiento tradicional***

El planteamiento tradicional propone que la oferta de trabajo individual surge a través del mecanismo de optimización del trabajador que reparte su tiempo entre el trabajo y el ocio conforme el precio que se paga por el primero en el mercado. Dicho planteamiento puede proponerse de la forma siguiente, considerando que el candidato a trabajador no posee otros ingresos que no provengan de su trabajo:

$$(1)\Lambda = \Psi\left[C(N), L\right] + \lambda\left[N_s - \left(\frac{C}{w} + L\right)\right]; \frac{\partial \Psi}{\partial C} > 0; \frac{\partial^2 \Psi}{\partial C^2} < 0; \frac{\partial \Psi}{\partial L} > 0; \frac{\partial^2 \Psi}{\partial L^2} < 0$$

$$(2)\frac{\partial \Lambda}{\partial N} = 0$$

$$(3)\frac{\partial \Lambda}{\partial L} = 0$$

$$(4)\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = 0$$

***Explicación de las incógnitas***

*C* representa el consumo medido en unidades monetarias que pueden ser de poder adquisitivo constante o no, lo mismo que *w* que representa el salario, el cual puede ser el salario nominal o el real[1]. Alternativamente *C* puede tratarse de un único bien medido en unidades físicas (*carne*, por ejemplo) y entonces *w* se medirá en unidades de *C* por unidad de *N*.

[1] En el caso en que se sostenga lo segundo, es claro que el nivel de precios debe considerarse conocido ya que ningún agente puede saber cuál va a ser el nivel de precios, porque ésta constituye una variable endógena en el sistema. Puede, sí, conjeturar un nivel de precios, $P_e$ (o alternativamente, una tasa de inflación) pero dicho nivel $P_e$ es necesariamente un valor conocido.

$L$ es el ocio, medido en horas al igual que $N_s$. Por su parte, $\Lambda$ es la función lagrangiana que se mide en unidades de utilidad, como $\Psi(C,L)$, y $\lambda$ es el multiplicador de Lagrange que transforma unidades de trabajo u ocio (horas) en unidades de utilidad.

***Explicación de las ecuaciones***

La primera ecuación representa la función a optimizar. Allí aparece la función de utilidad $\Psi(C,U)$, que se supone exhibe utilidades marginales positivas pero decrecientes, la cual depende del consumo de bienes y servicios y del ocio; por su parte, la restricción o recta de presupuesto propone que el total de tiempo de trabajo del agente (24 horas/día o más razonablemente, 16 horas/día[2]) se agota entre el consumo dividido por el salario y el ocio, donde la restricción es el resultado de las dos siguientes:

$C = wN$

$N_s = N + L$

La primera de estas dos últimas ecuaciones señala que todo el consumo proviene de la renta salarial y la segunda establece que el agente solamente puede estar ocupado o bien consumiendo el ocio que surge como diferencia entre el total de tiempo disponible y el que asigna a trabajar para adquirir $C$. Reemplazando $N$ de la última ecuación en la ecuación del consumo surge lo que aparece en (1).

Las ecuaciones (2) a (4) representan las condiciones de primer orden para la obtención de un máximo y se considera que se cumplen las de segundo orden en tanto las derivadas segundas parciales de la función de utilidad son negativas.

***Resolución del modelo***

El modelo contiene cuatro ecuaciones y seis incógnitas: $\Lambda$, $C$, $L$, $\lambda$, $N_s$ y $w$ pero esta última, al igual que $N_s$ se consideran conocidas, por lo que es determinado. Operando en (2)-(4) se obtiene:

$$\frac{\partial \Psi}{\partial C}\frac{dC}{dN} - \lambda \frac{1}{w}\frac{dC}{dN} = 0$$

$$\frac{\partial \Psi}{\partial L} - \lambda = 0$$

Simplificando en la primera ecuación, dividiendo la segunda ecuación por la primera y teniendo en cuenta la derivada de (1) respecto al multiplicador de Lagrange, resulta el sistema:

$$\frac{\dfrac{\partial \Psi}{\partial L}}{\dfrac{\partial \Psi}{\partial C}} = w$$

$$N_s = \frac{C}{w} + L$$

[2] Esto es, considerando que 8 horas/día de sueño son insustituibles para que una persona pueda trabajar todos los días.

Resolviendo el sistema, la solución indica que el trabajador se encontrará en equilibrio cuando el cociente de las utilidades marginales sea igual al salario, a la vez que el tiempo disponible se habrá repartido íntegramente entre trabajar y disfrutar del ocio. En la solución gráfica, el equilibrio se encuentra donde la curva de indiferencia más alta es tangente a la recta de presupuesto.

***Comentarios***

El resultado alcanzado merece algunos comentarios:

- ✓ en primer lugar, el modelo propuesto no establece cómo se reparte el total del tiempo entre el trabajo y el ocio sino entre el consumo y el ocio y si bien a través de las ecuaciones (5) y (6) se puede transformar $C$ en $N$ y recíprocamente, el modelo así propuesto resulta menos elegante al obtenerse una solución (en $C$ y $L$, en lugar de en $N$ y $L$) que no forma parte del problema original.
- ✓ como corolario de lo anterior, si en la solución se reemplazara $C/w$ por su equivalente $N$ conforme (6), el salario desaparece y no puede saberse qué ocurre entre $N$ y $L$, que es justamente lo que se quiere conocer.
- ✓ aparece un solo precio que es el salario, con lo que implícitamente se está sosteniendo que el trabajador valora igual su tiempo libre y el tiempo que trabaja, lo que puede ser discutible porque es razonable que el trabajador valore menos su tiempo libre cuando éste es muy abundante (necesita trabajar) y viceversa cuando ya trabaja demasiadas horas[3].

***Ejemplos***

Se proponen a continuación algunos ejemplos empleando funciones de utilidad:

***La función Cobb-Douglass***

Sea la siguiente función de tipo *Cobb-Douglass*:

$$\Lambda = AC^{\alpha}L^{1-\alpha}$$

Tomando las derivadas primeras parciales respecto a $C$ y $L$, dividiéndolas entre sí e igualando al cociente de precios relativos, a la vez que despeja la ecuación de restricción, se obtiene:

$$\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{L}{C}=\frac{1}{w}$$

$$N_s=\frac{C}{w}+L$$

[3] Por supuesto, puede aducirse que el agente valorará “mucho” el poco tiempo libre que le queda si trabaja muchas horas, situación en la que ganará probablemente “mucho” también y esto podría justificar que se considere que el tiempo libre se valora igual que el trabajado. Sin embargo, es claro que el agente necesita disponer de una valoración independiente de su tiempo al tomar una decisión de trabajar o no, situación que se expresa claramente cuando el agente razona: “para ese salario, me quedo en mi casa…”.

Empleando ambas ecuaciones[4], se tiene en definitiva:

$$w = \frac{C}{\alpha N_s}$$

Como se aprecia en esta última expresión, el salario queda en relación directa con el consumo, lo que no proporciona ninguna nueva información, porque señala que se requiere más salario si se pretende consumir más ($\frac{\partial w}{\partial C} = \frac{1}{\alpha N_s} > 0$), lo que ya ha sido establecido al proponerse por hipótesis que $C = wN$. Por otra parte, si se quiere establecer la relación entre el *trabajo* y el salario, al ser $C = wN$, se simplifica el salario en ambos miembros y se obtiene que el trabajo ofrecido es constante ($N = \alpha N_s$)[5].

***Función de utilidad EA***[6]

Empleando otra función de utilidad, por ejemplo:

$$\Lambda = A - Ae^{-\frac{\alpha C}{L}}$$

Puede demostrarse que, llevando a cabo el proceso de optimización y empleando toda la información, esto es, efectuando el cociente de las derivadas primeras parciales respecto a $N$ y a $L$ junto a la (o las) restricción presupuestaria, el salario resulta:

$$w = \frac{2C}{N_s}$$

y nuevamente, si se pretende obtener el salario en función del empleo, el salario se simplifica en ambos miembros, quedando:

$$N = \frac{N_s}{2}$$

En definitiva, no se establece ningún vínculo entre el salario y el empleo a la vez que el salario aparece directamente relacionado con el consumo, lo que, como en el caso anteriormente analizado de la función Cobb-Douglass, no proporciona información nueva.

---

[4] Obsérvese que la restricción $N_s = N + L$ ***no es*** una identidad porque representa las combinaciones de trabajo y ocio que agotan la disponibilidad de tiempo. Es, en cambio, una condición de equilibrio, equivalente a una igualdad en matemáticas. Se vuelve sobre esto más adelante.

[5] Los modelos bajo análisis consideran que el agente obtiene todo su ingreso del alquiler de su disposición a trabajar. Cuando se incluye una renta no salarial, puede demostrarse que el empleo de una función Cobb-Douglass conduce, esta vez sí, a una relación directa entre el empleo y el salario (Nicholson, op. cit pags. 482 y 483). Sin embargo luce también poco elegante una solución que requiere de la existencia de un ingreso no salarial para encontrar aquélla (solución) que conecte el salario con el empleo.

[6] Se trata de una función de utilidad que propone el autor. El lector puede encontrar que las utilidades marginales son positivas y decrecientes, aunque la función no es lineal y homogénea. Puede proponerse otro tipo de función de utilidad que, además, sea lineal y homogénea (Antonelli, 2008); no se la incluyó como ejemplo porque la función de oferta resultante es algo engorrosa.

**3. *Planteamiento alternativo***

El modelo puede proponerse del modo alternativo siguiente:

$$(1)\Lambda = \Psi\left[N(C_N), L(C_L)\right] + \lambda\left[w_L N_s - (w_L N + wL)\right] \quad \frac{\partial \Psi}{\partial N} > 0; \frac{\partial^2 \Psi}{\partial N^2} < 0; \frac{\partial \Psi}{\partial L} > 0; \frac{\partial^2 \Psi}{\partial L^2} < 0$$

$$(2)\frac{\partial \Lambda}{\partial N} = 0$$

$$(3)\frac{\partial \Lambda}{\partial L} = 0$$

$$(4)\frac{\partial \Lambda}{\partial \lambda} = 0$$

***Explicación de las nuevas incógnitas***

$C_{N,L}$ es el consumo de bienes y servicios (en adelante bys) que provienen de adquirirlos en el mercado y de su producción por parte del agente, respectivamente. La variable $w_L$ es el salario de reserva del agente que expresa cómo valora el tiempo que le pertenece. $N_s^*$ en tanto es el valor del tiempo total del agente, del que se hablará nuevamente más adelante.

***Explicación de las ecuaciones***

La ecuación (1) muestra que el agente se propone optimizar el uso del tiempo que debe aplicar a la obtención del consumo $C_N$, porque se requiere tiempo para adquirir en el mercado los bys que lo componen, lo mismo que el consumo $C_L$ que se consigue aplicando tiempo para elaborar domésticamente los bys que le interesan al agente.

Una cuestión importante a destacar es que la función $\psi$ es una función de utilidad, pero no referida al trabajo y el ocio, sino al tiempo porque el objetivo del agente es maximizar la *adquisición* de tiempo, habida cuenta de que el mismo proporciona utilidad porque con el mismo se puede obtener consumo de bys adquiridos y producidos. Claramente, no se trata tampoco de una función de utilidad en la que se maximicen los consumos que el tiempo hace posible, sino, como se dijo, disponer del máximo tiempo posible, sujeto a las restricciones.

Conforme lo señalado, no debe interpretarse que las derivadas primeras parciales representan una desutilidad que extrañamente tiene signo positivo, porque $N$ no es trabajo que causa displacer, sino el tiempo necesario para comprar $C_N$ y análogamente $L$ no es ocio, sino el tiempo que hace posible producir los bys $C_L$[7].

Dicho de otra forma, esta propuesta[8] plantea que el agente desea bys que puede comprar en el mercado ($C_N$), para lo cual tiene que disponer de tiempo para *cambiarlo*, salario de

[7] Para decirlo de otra manera, el agente no compra *trabajo*, sino el tiempo que se requiere para hacerlo posible porque con él produce $C_L$, o bien, valoriza, a su costo de oportunidad, el tiempo con el que realiza trabajo para su empleador, con cuya paga el agente puede adquirir $C_N$. Obsérvese que el agente no *vende*, sino que *compra* tiempo.

[8] Hay algunas similitudes con el enfoque de Gary Becker (1965), aunque no totales. Este autor sostiene en su artículo que el agente produce domésticamente bys con insumos que adquiere en el mercado, en tanto aquí se sostiene que el agente consume los productos *que elabora* con su tiempo, así como aquéllos *que*

por medio, por tales bys. Análogamente, el agente necesita *producir* ciertos bys, $C_L$, para lo cual requiere aplicar asimismo tiempo para ello. Obsérvese que $N(C_N)$ lo proporciona la economía al indicarle al agente cuántas horas debe trabajar para comprar la canasta de bys en el mercado, en cambio $L(C_L)$ lo establece el propio trabajador.

Podría llamar la atención que el tiempo que se requiere para comprar los bys esté valorado al salario de reserva y recíprocamente, el tiempo para producir sus bys se valore al salario de mercado.

La explicación es que el modelo propuesto está mostrando el tiempo que el agente *compra*, no el tiempo que *vende*. Por ello, cuando el agente quiere adquirir bys, el tiempo que necesita para ese fin debe valorarlo por su costo de oportunidad, que es su salario de reserva; análogamente, el tiempo que le reclama producir los bys que él se procura, debe valorarlo al salario de mercado, que es el costo de costo de oportunidad correspondiente.

A todo esto, se propone que el tiempo que el agente debe aplicar para poder comprar los bys que conforman $C_N$ es una función creciente, precisamente de $C_N$ y análogamente, el tiempo que requiere para producir $C_L$ es asimismo una función creciente de $C_L$:

$$\frac{dN}{dC_N} > 0$$

$$\frac{dL}{dC_L} > 0$$

Las tres ecuaciones siguientes del modelo (1)-(4) son las condiciones de primer orden para la obtención de un máximo y se considera que se satisfacen las de segundo orden conforme el principio de la utilidad marginal decreciente.

***Resolución del modelo***

El modelo contiene cuatro ecuaciones y siete incógnitas: $\Lambda$, $C_N$,,$C_L$,$\lambda$, $w$, $w_L$ y $N_s$, pero $N_s$ $w$ y $w_u$ se consideran conocidas, por lo que resulta determinado. Operando en el modelo, se obtiene:

$$(8)\ \frac{\frac{\partial\Psi}{\partial L}}{\frac{\partial\Psi}{\partial N}} = \frac{w}{w_L}$$

$$(9)\ w_L N_s = w_L N + wL$$

***Comentarios***

Pueden proponerse los siguientes comentarios para este modelo:

- ✓ el modelo propuesto, por construcción, obvia las objeciones que resultan de considerar que el trabajo se remunera igual que el ocio.

---

*debe comprar* en el mercado con su tiempo. No obstante, el modelo aquí propuesto puede incluir dentro de $C_N$ los insumos que junto a su propio trabajo el agente requiere para producir $C_L$.

- ✓ la utilidad no la proporciona el trabajo ni el ocio, sino el tiempo que se requiere para con él procurar los consumos de bys que el agente debe adquirir y producir.
- ✓ el tiempo proporciona utilidad porque con él se consiguen los consumos de ambos tipos de bys[9].

***Ejemplos***

***La función Cobb-Douglass***

Empleando una *Cobb-Douglass* del tipo:

$$\Lambda = AN^{\alpha} L^{1-\alpha}$$

se obtiene, tomando las derivadas primeras parciales con respecto a $N$ y a $L$, dividiendo la primera por la segunda e igualando a los precios relativos, teniendo en cuenta además que las derivadas totales de $N$ y $L$ con respecto a $C_N$ y $C_L$, respectivamente, aparecen en ambos miembros de las ecuaciones de optimización y en consecuencia se simplifican:

$$\frac{\alpha}{1-\alpha}\frac{L}{N} = \frac{w}{w_L}$$

Despejando $L$ en esta ecuación, así como en la de restricción:

$$(12) L = \frac{1-\alpha}{\alpha}\frac{w_L}{w} N$$

$$(13) L = \frac{w_L N_s}{w} - \frac{w_L}{w} N$$

Eliminando $L$ y operando, se tiene:

$$(14) N = \alpha N_s \frac{w}{w_L}$$

Claramente, la relación (14) muestra una asociación directa entre el tiempo para adquirir $C_N$, el total de tiempo disponible y el salario, e inversa respecto al salario de reserva, lo que es razonable.

***La función AE***

Utilizando la función:

$$\Lambda = A - ANe^{-\alpha\frac{N}{L}}$$

---

[9] Esto no contradice la idea arraigada de que el trabajo genera desutilidad, principio claramente puesto de manifiesto cuando se dice “gracias a Dios es viernes…” (y no “gracias a Dios es lunes…”). No hay contradicción porque lo que produce desagrado son las tareas necesarias para producir bys, no el tiempo que entrañan: nos desagrada el trabajo de la oficina, no el discurrir de las horas.

Operando en esta función, teniendo en cuenta que ahora aparece $N$ en lugar de $C$ como argumento y que figuran los precios relativos del trabajo y el ocio al igualar el cociente de las derivadas primeras parciales, lo mismo que en la ecuación de restricción, se tiene:

$$N = \frac{1}{2} N_s \frac{w}{w_u}$$

También aquí se consigue una relación creciente entre el empleo y el salario, así como una relación inversa entre el empleo y el salario de reserva que es lo que la intuición sugiere.

**4. *Reflexiones finales***

El modelo de alternativa propuesto ha procurado dar respuestas a algunas de las interrogantes que le genera al autor el modelo tradicional de la explicación del comportamiento de un agente que toma decisiones relativas al tiempo que destina para trabajar.

Quedan, no obstante, algunas interrogantes que la propia alternativa genera y que el autor intenta a la vez responder. Las nuevas interrogantes, son las siguientes:

- ✓ ¿es posible sumar $N$ y $L$?
- ✓ ¿si $N$ y $L$ pueden sumarse, su suma debe igualar a $N_s$?
- ✓ ¿suponiendo que $N + L$ fuera igual a $N_s$, esta expresión debería interpretarse como una restricción, o una identidad?
- ✓ ¿es correcto valorar $N_s$ mediante $w_L$ o debería valorárselo mediante $w$?

Las respuestas que considera válidas el autor, son las siguientes:

- ✓ ***¿es posible sumar N y L?***. Sin duda, esta suma es legítima, porque si bien podría considerarse que se trata de "tiempo para cambiarlo por $C_N$ y tiempo para producir $C_L$", y podría pensarse que esos tiempos reclaman habilidades distintas, es claro que quien posee ambas habilidades es el propio agente, de modo que la suma, como se dijo, sería legítima.
- ✓ ***¿si N y L pueden sumarse, su suma debe igualar a $N_s$?***. $N_s$ es el tiempo disponible, pero *a-priori* no hay por qué suponer que el agente entregue al mercado todo el tiempo que necesita para adquirir $C_N$ y tampoco que lo que no pueda colocar, lo absorba para producir $C_L$, con lo que la suma no necesariamente es igual a $N_s$.
- ✓ ***¿suponiendo que N + L fuera igual a $N_s$, esta expresión debería interpretarse como una restricción, o una identidad?***. Independientemente de que $N$ y $L$ se puedan sumar, tal suma no tiene por qué igualar $N_s$, con lo que no hay tal cosa como una *identidad* según la cual tal suma deba dar $N_s$. Por cierto, tal suma tampoco representaría, si igualara a $N_s$, una restricción, porque la restricción para el agente no es el tiempo que dispone sino su valor, valor que, en equilibrio debe ser equivalente al que surge del valor del tiempo para adquirir $C_N$ y el de producir $C_L$ empleando los respectivos costos de oportunidad. Obsérvese que aunque el total de tiempo disponible no tiene por qué equilibrar $N + L$, la equivalencia en valores sí tiene que darse, si el agente consigue el óptimo.

- ✓ ***¿es correcto valorar $N_s$ mediante $w_L$ o debería valorárselo mediante w?***. Cuando el agente se propone optimizar el uso de su tiempo, valora en forma distinta (en forma *cruzada*) el tiempo que requiere para *comprar* ciertos bys del que necesita para *producir* ciertos otros. Sin embargo, al momento de valorar el tiempo que *tiene,* es claro que el lo aprecia conforme el precio que él le asigna, que es $w_L$.

Finalmente, en principio las funciones de utilidad con las que se ha trabajado no mostrarían una posible oferta de trabajo que indique ciertas circunstancias bajo las cuales la oferta de trabajo resultante exhiba alta elasticidad, que es lo que se esperaría encontrar cuando hay abundancia de trabajo ofrecido relativamente al que consigue empleo. En un próximo trabajo se intentará dar respuesta a esta cuestión.

## 5. *Referencias bibliográficas*


| | |
|---|---|
| Antonelli, E. | "Consideraciones sobre la Oferta Agregada". *SERIES ECONOMÍA*, Instituto de Investigaciones Económicas (IIE), Universidad Nacional de Salta (UNSa), Junio de 2002. |
| …………… | "La Oferta Agregada bajo Productividad Marginal quasi Constante". *SERIES ECONOMÍA*, IIE, UNSa, Agosto de 2003. |
| …………… | "Una Función de Producción con Productividad Marginal quasi Constante". Anales, Asociación Argentina de Economía Política. Universidad Nacional de Cuyo, Noviembre de 2003. |
| …………… | "Fundamentos de la Oferta Agregada: ¿Existen Posibilidades para la Política Económica?. ENSAYOS DE ECONOMÍA, Nº 30, Universidad Nacional de Colombia, Sede Medellín. |
| Becker, G. | "A Theory of Allocation of Time". The Economic Journal, Vol. 75 Nº 299, Sep. 1965. |
| Nicholson, W. | Teoría Microeconómica, Novena Edición, Thomson, 2007. México. |

Universidad Nacional de Salta
Facultad de Ciencias Económicas,
Jurídicas y Sociales
Instituto de Investigaciones Económicas
Av. Bolivia 5150
4400 Salta
Argentina

## REUNIONES DE DISCUSIÓN

| Nº | Fecha | Autor | Título |
|---|---|---|---|
| 178 | 2/11/05 | ***Eduardo Antonelli*** | "Consideraciones sobre la Oferta de Trabajo" |
| 179 | 9/ 8/06 | ***Eusebio Cleto del Rey y Ángel César Villarroel*** | "The Economic Journal" |
| 180 | 20/ 9/06 | ***Vicente E. Rocha*** | "Finanzas Municipales – Problemática Municipal: Tasa que Incide sobre las Actividades Económicas" |
| 181 | 21/ 3/07 | ***Eduardo Antonelli*** | "La Función Agregada de Producción y la Distribución del Ingreso" |
| 182 | 12/12/07 | ***Vicente E. Rocha*** | "Finanzas Municipales – Otro enfoque sobre la Tasa de Actividades Económicas" |
| 183 | 1°/ 7/08 | ***Eusebio Cleto del Rey*** | "Seligman y la Contribución de Mejoras" |
| 184 | 8/ 7/08 | ***Carolina Piselli*** | "La Encuesta Permanente de Hogares: Fuente de Datos Socioeconómicos de Argentina" |
| 185 | 6/ 8/08 | ***Eusebio Cleto del Rey*** | "Razones para Subsidiar la Educación Universitaria" |
| 186 | 10/ 9/08 | ***Eusebio Cleto del Rey*** | "El Capital" |
| 187 | 8/10/08 | ***Eduardo Antonelli*** | La Oferta de Trabajo |