SOCIEDAD ARGENTINA DOCENTES EN ADMINISTRACION FINANCIERA

EL VAN DE UN PROYECTO DE INVERSION CON UNA ECUACIÓN DE DEMANDA LINEAL Y SUS DOS PUNTOS FINANCIEROS

Domingo Alberto Tarzia
Universidad Austral - CONICET

SUMARIO: 1. Introducción; 2. Proyecto de inversión con ecuación de demanda lineal; 3. Cálculo numérico del proyecto de inversión con demanda lineal; 4. Conclusiones.

Para comentarios: DTarzia@austral.edu.ar

Resumen

Se considera un proyecto de inversión simple que tiene los siguientes parámetros sobre los cuales se realizan las siguientes hipótesis de trabajo: $I > 0$: Inversión inicial que se realiza de una sola vez y se amortiza totalmente en n años; n: Cantidad de años de duración del proyecto de inversión en el cual se realizan las mismas actividades y se considera que la compañía vende un solo producto; $A > 0$: Amortización anual ($A = I/n$); $Q_o > 0$: Cantidad máxima de unidades del producto vendidas por año; $C_v > 0$: Costo variable por unidad para producir el producto; $P_o (> C_v)$: Precio de venta máximo por unidad del producto; $C_f > 0$: Costo fijo anual de la compañía; t_{ig}: Tasa del impuesto a las ganancias (en tanto por uno); r: Tasa de descuento o costo de oportunidad (en tanto por uno); El precio unitario P y la cantidad Q de unidades a vender están relacionados a través de una ecuación de demanda lineal $\frac{P}{P_o} + \frac{Q}{Q_o} = 1$; Se desprecia la inflación anual de precios. (i) Se obtiene la expresión explícita del Valor Actual Neto (VAN) del proyecto de inversión en función de la variable independiente Q y de la tasa de descuento r. (ii) Se determinan explícitamente dos puntos muertos (break even point) financieros $Q_{f1}(r)$ y $Q_{f2}(r)$ (es decir, la cantidad de unidades vendidas Q que hace que el VAN sea nulo) en función de los parámetros restantes del problema I, n, C_v, C_f, t_{ig}, P_o, Q_o, r. (iii) En particular, se estudia el comportamiento analítico de los puntos muertos financieros respecto de la tasa de descuento r y se demuestra que el VAN del proyecto de inversión es positivo si y solamente si Q se encuentra entre dichos dos valores de puntos muertos financieros para una dada tasa de descuento r siempre que ésta sea inferior a una tasa de descuento límite r_0 que se obtiene como la única solución de una ecuación que depende de los parámetros del problema.

1. Introducción

En el presente trabajo se considera un proyecto de inversión simple en el cual se realiza solamente una inversión inicial I (flujo de fondo con signo negativo) y en los n años de duración del mismo se tendrán, en general, flujos de fondos de signo positivo.

Es muy importante la evaluación del proyecto de inversión para poder conocer si el mismo es o no es rentable. Existen varios criterios para la evaluación [De Pablo et al., 1990; López Dumrauf, 2003; Machain, 2002; Sapag Chain, 2001; Suarez Suarez, 1991] como son: el *valor actual neto* (conocido como VAN), la *tasa interna de retorno* (conocida como TIR), el *período de recuperación de la inversión* (conocido como PRI) y la *rentabilidad inmediata* (conocido como RI). Importantes análisis sobre los diferentes criterios de evaluación, y en particular sobre el *VAN* y la *TIR*, pueden encontrarse en los trabajos [Be, Ha1, Ha3, Ha5, Ha, HaSc, LoBa, Lo, Sh, TaTa, Zh].

En este trabajo se utilizará el Valor Actual Neto o VAN como criterio de evaluación. El VAN es aquel que permite determinar la valoración de una inversión en función de la diferencia entre el valor actualizado de todos los cobros derivados de la inversión y todos los pagos actualizados originados por la misma a lo largo del plazo de la inversión realizada. En otras palabras, el VAN de un proyecto de inversión es igual a la sumatoria de los valores actuales (al momento cero) de todos los flujos de fondos (negativos y positivos) que genera el mismo proyecto. La inversión será aconsejable si su VAN es positivo. La sumatoria de los valores actuales de los flujos puede presentar, en cuanto a su signo, tres situaciones, las que se interpretan a continuación [Baker-Fox, 2003; Bocco-Vence, 2000; Brealey-Myers, 1993; Reichelstein, 2000; Sapag Chain, 2001; Vanhoucke et al., 2001]:

(i) Un VAN positivo indica que:
- se recupera la inversión a valores nominales,
- se obtiene el retorno requerido sobre la inversión,
- se obtiene un remanente sobre el retorno requerido por el inversor.

(ii) Un VAN negativo indica que:
- se puede o no cubrir la inversión a valores nominales,
- no cubre las expectativas de retorno del inversor,
- no se obtiene ningún remanente.

(iii) Un VAN cero indica que cubre exactamente la devolución del capital nominal más el retorno requerido representado por la tasa utilizada para descontar los fondos al momento 0. En términos “económicos-empresarios” no se “agrega” ni se “destruye” valor.

La importancia del criterio del *VAN* puede apreciarse en [Brick-Weaver, 1997; Cheng-Lin, 1998; Grinyer-Walker, 1990; Hajdasinski, 1995, 1997; Kim-Chung, 1990; Lan et al., 2003; Moon-Yun, 1993; Pasin-Leblanc, 1996; Pierru-Feuillet, 2002; Prakash et al., 1988; Roumi-Schnabel, 1990; Stanford, 1989].

En este trabajo se utilizarán **proyectos de inversión convencionales** que son aquellas inversiones que contienen uno o más flujos netos negativos (en particular, un solo flujo neto negativo) seguidos por uno o más flujos netos positivos [Bierman-Smidt, 1993; Hartman-Schafrick, 2004; Zhang, 2005].

En el presente trabajo se estudia un proyecto de inversión con la existencia de dos variables independientes: la cantidad de unidades Q a vender en cada año (que se encuentra relacionada con el precio P a través de una ecuación de demanda lineal dada por la recta (1)) y la tasa de descuento r que pueden hacer, según los valores que adopten, que el proyecto de inversión sea viable o no. Por ende, el VAN será una función de las variables Q y r. Es de mucha importancia encontrar el valor de la variable independiente Q que haga que el correspondiente *VAN* sea nulo para una dada tasa de descuento r. Se define como **Punto Muerto Financiero** (break even point) el valor de la variable independiente Q para el cual el *VAN* es nulo para una dada tasa de descuento *r* [Brealey-Myers, 1993; Kim-Kim, 1996].

Se generalizará el estudio realizado en [Tarzia, 2007] considerando que la empresa funciona con una ecuación de demanda lineal dada por la recta de ecuación [SaNo]:

$$(1) \qquad \frac{P}{P_o}+\frac{Q}{Q_o}=1 \qquad \left(P=P_o-\frac{P_o}{Q_o}Q\right)$$

que relaciona la cantidad de unidades a vender Q con el precio unitario P, donde P_o es el precio máximo a ser alcanzado y Q_o es la cantidad máxima de unidades a vender.

Planteo del problema, hipótesis y resultados obtenidos. En el proyecto de inversión a estudiar se tienen los siguientes parámetros:

- I : Inversión inicial**.** Se considera un proyecto de inversión simple que tiene una inversión inicial que se realiza en el año cero (antes del comienzo del año 1 correspondiente al primer año del desarrollo del proyecto de inversión). Dimensión: $[I]$ = \$;
- n : cantidad de años de duración del proyecto de inversión $(2 \le n)$. Dimensión: $[n]$ = 1;
- A : Amortización anual**.** Es la parte anual de la inversión que se deduce como gasto para el pago del impuesto a las ganancias. Dimensión: $[A]$ = \$;
- Q: Cantidad de unidades del producto vendidas por año. Dimensión: $[Q]$ = $\#\,unidades$;
- Q_o: Cantidad máxima de unidades del producto vendidas por año. Dimensión: $[Q_o]$ = $\#\,unidades$;
- P : Precio de venta unitario al que la Compañía vende cada producto. Dimensión: $[P]$ = $\$/unidad$;
- P_o: Precio de venta unitario máximo al que la Compañía vende cada producto. Dimensión: $[P_o]$ = $\$/unidad$;
- C_v: Costo variable por unidad para producir el producto. Dimensión: $[C_v]$= $\$/unidad$;
- C_f : Costo fijo anual de la Compañía. Dimensión: $[C_f]$ = \$;
- t_{ig} : Tasa del impuesto a las ganancias (en tanto por uno). Dimensión: $[t_{ig}]$ = 1;
- r: Tasa de descuento o costo de oportunidad (en tanto por uno). Dimensión: $[r]$=1;
- t: Referente al año t ($t=0,1,...,n$). Dimensión: $[t]$ = 1.

En [Fernandez Blanco, 1991] se realiza un estudio del *VAN* de un proyecto de inversión en función de la tasa de descuento r; se demuestra que el *VAN* de un proyecto de inversión en función de la tasa de descuento r es una función estrictamente decreciente y convexa. Dicho estudio no es completo y fue ampliado adecuadamente en [Tarzia, 2007] realizando un análisis del punto muerto financiero, respecto de la variable Q, en función de la tasa de descuento r, además de un análisis de sensibilidad. Además, en [Tarzia, 2009] se generalizó dicho análisis cuando se considera un crecimiento anual en la cantidad de unidades a vender por año. En el presente trabajo, se completará el estudio anterior considerando que la Compañía sigue una ecuación de demanda dada por la ecuación (1).

En el proyecto de inversión simple se considerarán las siguientes hipótesis de trabajo:

- Toda la inversión I se realiza de una sola vez y en el año 0;
- La inversión inicial se amortiza totalmente en n años, con lo cual la amortización anual está dada por:
$$A = \frac{I}{n}$$
- Se desprecia la inflación anual de precios;
- En los n períodos de tiempo de duración del proyecto de inversión se realizan las mismas actividades, excepto que se indique lo contrario;
- Se considera que la compañía vende un solo producto (el cual lo podría producir o comprarlo para luego revenderlo);
- Se supone que el precio de venta máximo del producto es mayor que el correspondiente costo variable de producción, es decir
$$P_o > C_v .$$

El objetivo del presente capítulo es el de obtener la expresión explícita del *VAN* del proyecto de inversión en función de la variable independiente Q para una dada tasa de descuento r. También se determinarán explícitamente dos puntos muertos financieros en función de los parámetros restantes del problema ($I, n, C_f, C_v, P_o, Q_o, t_{ig}, r$) y se estudiarán analíticamente sus comportamientos respecto de la tasa de descuento r. Por último, se demostrará que el *VAN* será positivo si y solamente si Q se encuentra entre dichos dos valores de puntos muertos financieros para una dada tasa de descuento r siempre que ésta sea inferior a una tasa de descuento límite r_0 que se obtendrá como la única solución de una ecuación que depende de los parámetros restantes del problema.

2. Proyecto de inversión con ecuación de demanda lineal

Como en cada año ($t = 1, 2, ..., n$) se realizan las mismas operaciones se supone que los parámetros Q_o, P_o, C_f, C_v, r, t_{ig} son constantes durante los n años de duración del proyecto de inversión. Para cada año t ($t = 1, 2, ..., n$) se tiene:

Ingresos (precio por cantidad)	PQ
Costos variables	$C_v Q$
Costos fijos	C_f
Amortización	$A = \frac{I}{n}$
Beneficios antes de impuestos (BAT)	$BAT_t = (P - C_v)Q - C_f - A$
Impuesto a las Ganancias (IG)	$IG_t = t_{ig}\left[(P - C_v)Q - C_f - A\right]$
Beneficio Neto $(BN = BAT - IG)$	$BN_t = (1 - t_{ig})\left[(P - C_v)Q - C_f - A\right]$

Flujo de Tesorería Neto $\left(F = BN + A\right)$ $\quad F_t = (1-t_{ig})\left[\left(P-C_v\right)Q - C_f - A\right] + A$

$$= (1-t_{ig})\left(\left(P_o - C_v\right)Q - \frac{P_o}{Q_o}Q^2\right) - C_f(1-t_{ig}) + t_{ig}A$$

Factor de descuento para el año t $\quad \dfrac{1}{(1+r)^t}$.

Teniendo en cuenta que la inversión I se realiza en el período 0 se tiene que el correspondiente VAN del proyecto de inversión viene dado por $-I$ más los valores actuales de todos los flujos de fondos F_t obtenidos en cada año t variando t desde 1 a n, es decir [Tarzia, 2000; Villalobos, 2001]:

(2) $$VAN\left(Q,r\right) = -I + \sum_{t=1}^{n} \frac{F_t}{(1+r)^t} = h(r) + (1-t_{ig})\, f(r)\left(\left(P_o - C_v\right)Q - \frac{P_o}{Q_o}Q^2\right),$$

expresión que resulta ser una función cuadrática de la variable Q donde se han definido las funciones reales $h = h(r)$ y $f = f(r)$ de la siguiente manera:

(3) $$h = h\left(r\right) = -I + f(r)\left[t_{ig}A - \left(1-t_{ig}\right)C_f\right], \quad r > 0,$$

(4) $$f(r) = \frac{1}{r}\left[1 - \frac{1}{(1+r)^n}\right], \quad r > 0.$$

A los efectos de estudiar el *VAN*, se define la siguiente función real que depende de la tasa de descuento r, a saber:

(5) $$Q_{00}(r) = \frac{-4\,h(r)}{(1-t_{ig})\, f(r)}\ \frac{P_0}{(P_0 - C_v)^2}$$

$$= \frac{4P_0}{(1-t_{ig})(P_0 - C_v)^2}\left(\frac{I}{f(r)} - \left[t_{ig}A - \left(1-t_{ig}\right)C_f\right]\right), \quad r > 0.$$

Lema 1

Si los parámetros P_o y Q_0 *verifican las siguientes desigualdades:*

(6) $$P_0 > C_v \quad , \quad Q_0 > Q_0^* = \frac{4P_0(A + C_f)}{\left(P_0 - C_v\right)^2}$$

entonces existe una única tasa de descuento $r_0 > 0$ *solución de la ecuación siguiente:*

(7) $$Q_{00}(r) = Q_o, \quad r > 0$$

Demostración

El resultado se deduce de las propiedades de las funciones reales f y F, obtenidas en [Tarzia, 2007, 2010] y de las siguientes propiedades de la función real Q_{oo}:

(8) $$Q_{00}(0^+) = Q_0^*, \quad Q_{00}\left(+\infty\right) = +\infty,$$

(9) $$\frac{dQ_{00}}{dr}(r)=\frac{4\,I\,P_0}{(1-t_{ig})(P_0-C_v)^2}F'(r)>0, \quad \forall r>0 .$$

Por otro lado, la ecuación (7) es equivalente a la siguiente ecuación:

(10) $$f(r)=\frac{I}{t_{ig}A-\left(1-t_{ig}\right)C_f+(1-t_{ig})\dfrac{Q_0(P_0-C_v)^2}{4P_0}}, \quad r>0 ,$$

que tiene única solución $r_o>0$ si y sólo si se cumple la condición:

(11) $$0<\frac{I}{t_{ig}A-\left(1-t_{ig}\right)C_f+(1-t_{ig})\dfrac{Q_0(P_0-C_v)^2}{4P_0}}<f(0^+) \quad \Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \quad 0<\frac{I}{t_{ig}A-\left(1-t_{ig}\right)C_f+(1-t_{ig})\dfrac{Q_0(P_0-C_v)^2}{4P_0}}<n \quad \Leftrightarrow \quad Q_0>Q_0^*=\frac{4P_0(A+C_f)}{\left(P_0-C_v\right)^2},$$

la cual es válida por hipótesis. ■

Teorema 2
(i) Si los parámetros del problema verifican las siguientes desigualdades:

(12) $$P_0>C_v \quad y \quad Q_0>Q_{00}(r)$$

entonces existen dos puntos muertos financieros $0<Q_{f1}(r)<Q_{f2}(r)$ *que anulan el VAN y que están definidos por las siguientes expresiones:*

(13) $$Q_{f1}(r)=\frac{Q_0}{2}\left(1-\frac{C_v}{P_o}\right)\left[1-\sqrt{1-\frac{Q_{00}(r)}{Q_0}}\right], \quad r>0 ,$$

(14) $$Q_{f2}(r)=\frac{Q_0}{2}\left(1-\frac{C_v}{P_0}\right)\left[1+\sqrt{1-\frac{Q_{00}(r)}{Q_0}}\right], \quad r>0 ,$$

en función de la tasa de descuento r.

(ii) El proyecto de inversión es viable cuando la cantidad de unidades a vender Q *verifica la siguiente desigualdad:*

(15) $$Q_{f1}(r)<Q<Q_{f2}(r), \quad 0<r<r_0 ,$$

donde r_0 *es la tasa de descuento definida como la única solución de la ecuación (7).*

Demostración
El resultado se deduce de la siguiente expresión equivalente del $VAN(Q,r)$, dado por

(16) $$VAN(Q,r)=-\frac{P_0}{Q_0}(1-t_{ig})f(r)\left(Q-Q_{f1}(r)\right)\left(Q-Q_{f2}(r)\right), \quad Q>0, \quad r>0$$

que se obtiene utilizando las propiedades de las funciones cuadráticas. ■

Corolario 3 *Se tienen las siguientes propiedades de los dos puntos muertos financieros:*

(17) $$0 < Q_{f1}(r) < Q_M = \frac{Q_0}{2}\left(1-\frac{C_v}{P_0}\right) < Q_{f2}(r) < 2Q_M = Q_0\left(1-\frac{C_v}{P_0}\right), \quad 0 < r < r_0 .$$ ■

Teorema 4 *El comportamiento de los dos puntos muertos financieros, en función de la tasa de descuento* r *, están dados por las siguientes propiedades:*

(18) $$Q_{f1}(0^+) = Q_{10} < \frac{Q_0}{2}, \quad Q_{f2}(0^+) = Q_{20} < Q_0 ,$$

(19) $$Q_{f1}(r_0^-) = Q_{f2}(r_0^-) = \frac{Q_0}{2}\left(1-\frac{C_v}{P_0}\right) < \frac{Q_0}{2} ,$$

(20) $$\frac{dQ_{f1}}{dr}(r_0^-) = +\infty, \frac{dQ_{f2}}{dr}(r_0^-) = -\infty ,$$

(21) $$\frac{dQ_{f1}}{dr}(r) > 0, \quad \frac{dQ_{f2}}{dr}(r) < 0, \quad \forall r \in (0, r_0) ,$$

(22) $$\frac{dQ_{f1}}{dr}(0^+) = -\frac{dQ_{f2}}{dr}(0^+) = \left(1+\frac{1}{n}\right)\frac{I}{2(1-t_{ig})(P_0 - C_v)} ,$$

(23) $$Q_{10} = Q_{f1}(0^+) = \frac{Q_0}{2}\left(1-\frac{C_v}{P_0}\right)\left[1-\sqrt{1-\frac{Q_0^*}{Q_0}}\right] ,$$

(24) $$Q_{20} = Q_{f2}(0^+) = \frac{Q_0}{2}\left(1-\frac{C_v}{P_0}\right)\left[1+\sqrt{1-\frac{Q_0^*}{Q_0}}\right].$$

Demostración

Los resultados se deducen teniendo en cuenta las propiedades de las funciones reales f y F , de las propiedades (8) y (9) y del hecho que:

(25) $$\frac{dQ_{f2}}{dr}(r) = -\frac{dQ_{f1}}{dr}(r) \quad .$$ ■

3. Cálculo numérico del proyecto de inversión con demanda lineal

Ejemplo.

Se consideran los siguientes datos del proyecto de inversión simple:

- Inversión inicial: $I = 150000\,[\$]$;
- Cantidad de años de duración del proyecto: $n = 10$;
- Amortización anual: $A = 15000\,[\$]$;
- Costo variable de producción por unidad: $C_v = 3{,}00\,[\$/unidad]$;
- Costo fijo anual: $C_f = 30000\,[\$]$;

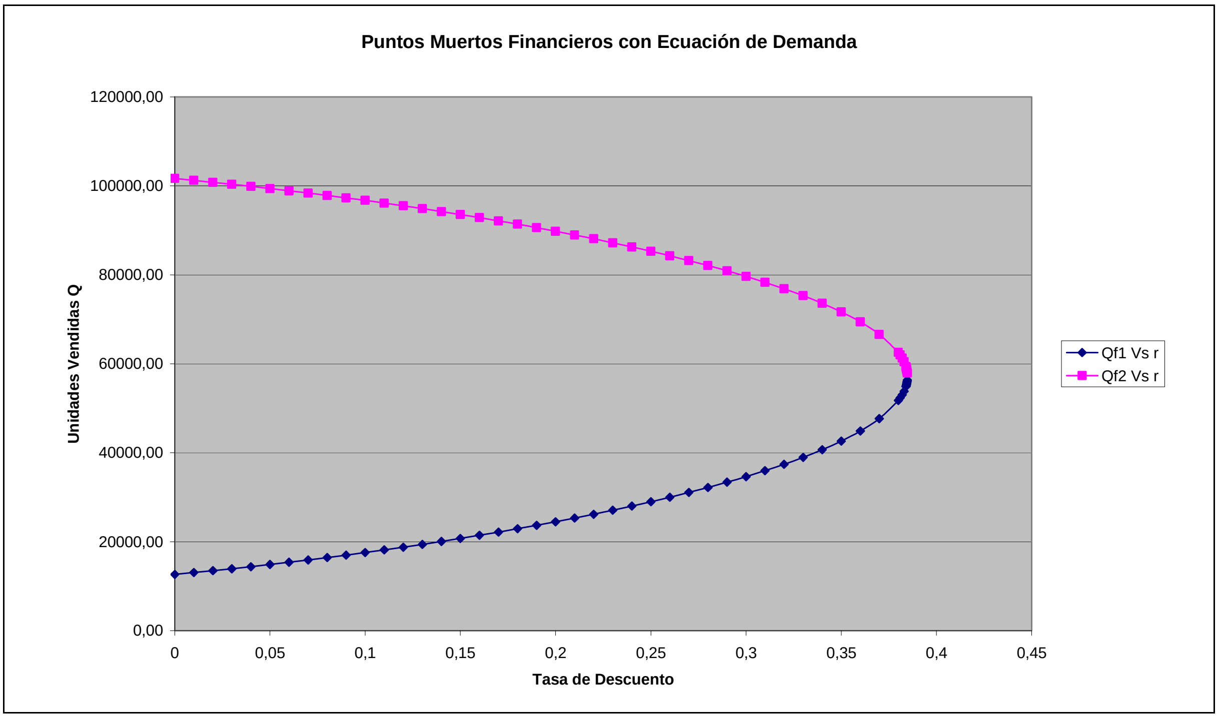
- Tasa del impuesto a las ganancias: $t_{ig} = 0,35\,(35\%)$ anual;
- Tasa de descuento o costo de oportunidad: $r = 0,09\,(9\%)$ anual;
- Parámetros de la Ecuación de Demanda:
  - Precio Máximo de venta por unidad: $P_0 = 7\,[\$/unidad]$;
  - Cantidad Máxima a vender: $Q_0 = 200000$.

Teniendo en cuenta los resultados teóricos obtenidos en la sección anterior se tienen los siguientes valores:

(26) $$Q_0^* = 78750 \quad , \quad r_0 = 0,3848\,(38,48\%)$$

En el Cuadro 1 se presentan para cada tasa de descuento $r \in (0, r_0)$ los valores de $f(r), Q_{00}(r), Q_{f_1}(r)$ y $Q_{f_2}(r)$ que pueden visualizarse en la Figura 1.

Figura 1. Gráficas de $Q_{f_1}(r)$ **y** $Q_{f_2}(r)$ ***vs*** r ***hasta la tasa de descuento límite*** r_0



A continuación se muestra la Figura 2 en la cual se explicitan los valores que asume el VAN sobre la recta de demanda.

Observación.

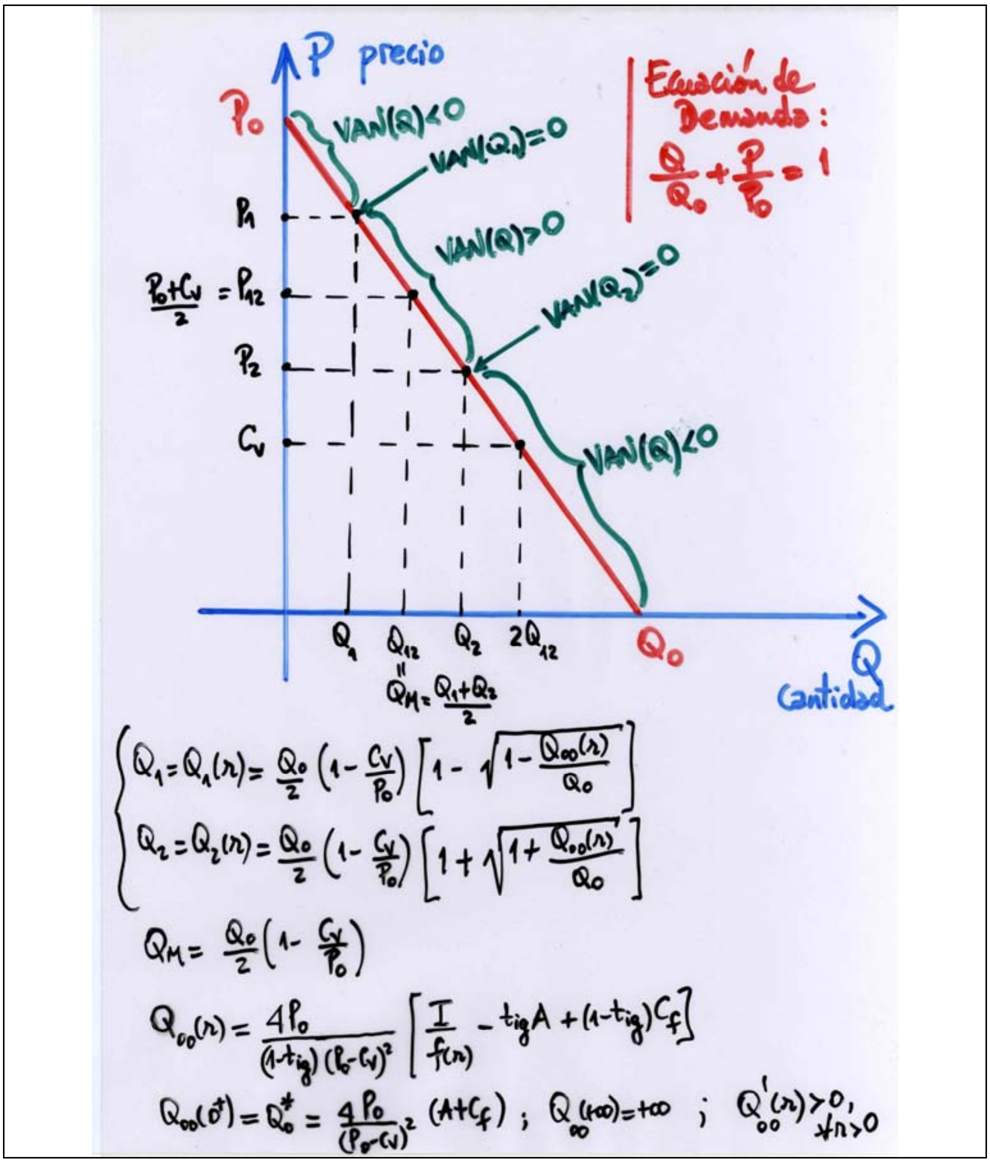
El proyecto de inversión fue programado en una planilla de cálculo Excel. Para una tasa de descuento r = 0,10 anual y para los demás datos del Ejemplo anterior se obtiene que los dos puntos muertos financieros están dados por:

(27) $$Q_{f1}(0,10) = 17.571,58 \quad ; \quad Q_{f2}(0,10) = 96.714,13\,,$$

Cuadro 1. Valores de $Q_{00}(r)$ y de los puntos muertos financieros $Q_{f_1}(r)$ y $Q_{f_2}(r)$ vs. la tasa de descuento r

Tasa r	f(r)	Qoo(r)	Punto Qf1(r)	Punto Qf2(r)
0	10,00	78750,00	12650,25	101635,46
0,01	9,47	81004,30	13065,80	101219,91
0,02	8,98	83324,17	13497,57	100788,15
0,03	8,53	85708,47	13945,82	100339,90
0,04	8,11	88155,96	14410,84	99874,87
0,05	7,72	90665,31	14892,93	99392,78
0,06	7,36	93235,14	15392,41	98893,30
0,07	7,02	95863,99	15909,62	98376,09
0,08	6,71	98550,37	16444,94	97840,77
0,09	6,42	101292,73	16998,78	97286,94
0,1	6,14	104089,49	17571,58	96714,13
0,12	5,65	109839,76	18776,15	95509,56
0,14	5,22	115788,16	20063,39	94222,33
0,16	4,83	121921,59	21439,22	92846,49
0,18	4,49	128227,07	22911,25	91374,47
0,2	4,19	134691,88	24489,30	89796,42
0,22	3,92	141303,74	26186,34	88099,38
0,24	3,68	148050,86	28019,86	86265,86
0,25	3,57	151471,61	28995,03	85290,69
0,26	3,46	154922,02	30014,15	84271,57
0,28	3,27	161906,66	32204,29	82081,42
0,3	3,09	168994,85	34643,82	79641,89
0,31	3,01	172574,86	35982,58	78303,14
0,32	2,93	176177,35	37421,26	76864,45
0,33	2,86	179801,25	38983,14	75302,58
0,34	2,78	183445,57	40702,77	73582,94
0,35	2,72	187109,32	42635,62	71650,10
0,36	2,65	190791,59	44881,48	69404,24
0,37	2,59	194491,47	47659,44	66626,27
0,38	2,53	198208,12	51734,05	62551,67
0,381	2,52	198580,67	52329,06	61956,66
0,382	2,51	198953,39	53009,15	61276,57
0,383	2,51	199326,26	53826,25	60459,46
0,384	2,50	199699,29	54927,10	59358,62
0,3841	2,50	199736,60	55069,11	59216,60
0,3842	2,50	199773,91	55221,60	59064,12
0,3843	2,50	199811,23	55387,29	58898,42
0,3844	2,50	199848,54	55570,35	58715,36
0,3845	2,50	199885,86	55777,75	58507,96
0,3846	2,50	199923,18	56022,94	58262,77
0,3847	2,50	199960,50	56339,81	57945,91

Figura 2. Los valores del VAN sobre la recta de demanda lineal



y el valor Q_M , que otorga el mayor VAN, viene dado por:

(28) $$Q_M = \frac{Q_{f1}(0{,}10) + Q_{f2}(0{,}10)}{2} = 57.142{,}86 \,.$$

A través de la Herramienta "Buscar Objetivo" de Excel se puede calcular un solo punto muerto financiero el cual dependerá del valor inicial que se le asigne a la variable independiente *Q*. Es interesante observar los resultados obtenidos en el siguiente Cuadro 2 pudiéndose apreciar que el punto de quiebre 56.858,60 del valor inicial de la variable Q se encuentra aproximadamente 0,5 % a la izquierda del valor Q_M .

Cuadro 2. Punto muerto financiero obtenido por Búsqueda de Objetivo de Excel en función del valor inicial asignado a la variable independiente Q

Valor inicial asignado a la variable independiente *Q*	Valor del VAN	Punto muerto financiero obtenido al utilizar "Buscar Objetivo" de Excel
20.000	26.041,85	Q_{f1}
56.000	218.710,89	Q_{f1}
56.500	218.835,71	Q_{f1}
56.750	218.871,90	Q_{f1}
56.800	218.877,04	Q_{f1}
56.850	218.881,49	Q_{f1}
56.855	218.881,89	Q_{f1}
56.858	218.882,13	Q_{f1}
56.858,50	218.882,17	Q_{f1}
56.858,70	218.882,19	Q_{f2}
56.859	218.882,21	Q_{f2}
56.860	218.882,29	Q_{f2}
56.875	218.883,45	Q_{f2}
56.900	218.885,23	Q_{f2}
57.000	218.890,62	Q_{f2}
$Q_M = 57.142,86$	218.893,48 (Máximo)	Q_{f2}
58.000	218.790,77	Q_{f2}
90.000	67.978,52	Q_{f2}

4. Conclusiones

Si en un proyecto de inversión la cantidad de unidades Q a vender en cada año se encuentra relacionada con el precio P a través de una ecuación de demanda lineal dada por la recta de ecuación

$$\frac{P}{P_o}+\frac{Q}{Q_o}=1 \qquad \left(\text{con } P_o > C_v, \quad Q_o > 0\right),$$

entonces se obtienen los siguientes resultados teóricos :

- la expresión explícita del VAN del proyecto de inversión en función de la variable independiente Q para una dada tasa de descuento r ;

- las expresiones explícitas de dos puntos muertos financieros $Q_{f_1} < Q_{f_2}$ en función de los parámetros restantes del problema (I, n, C_f, C_v, P_o, Q_o, t_{ig}, r) y se estudiaron analíticamente sus comportamientos respecto de la tasa de descuento r;
- el VAN del proyecto de inversión es positivo si y solamente si Q se encuentra entre dichos dos valores de puntos muertos financieros para una dada tasa de descuento r siempre que ésta sea inferior a una tasa de descuento límite r_0 que se obtiene como la única solución de una ecuación que depende de los parámetros del problema, es decir:

$$VAN(Q,r) > 0 \quad \Leftrightarrow \quad Q_{f1}(r) < Q < Q_{f2}(r), \quad 0 < r < r_0,$$

donde r_0 es la tasa de descuento definida como la única solución de la ecuación (7).

REFERENCIAS

Baker, R., and Fox, R., Capital investment appraisal: A new risk premium model, *International Transactions on Operations Research*, 10 (2003), 115-126.

Beaves, R.G., Net present value and rate of return: implicit and explicit reinvestment assumptions, *The Engineering Economist*, 33 (1988), 275-302.

Bierman, J.H., and Smidt, S., *The capital budgeting decision*, Macmillan, New York (1993).

Brick, I.E., and Weaver, D.G., Calculating the cost of capital of an unlevered firm for use in project evaluation, *Review of Quantitative Finance and Accounting*, 9 (1997), 111-129.

Bocco, J.L., and Vence, L.A., *Proyectos de inversión. Métodos de evaluación. Problemas y aspectos especiales*, Errepar, Buenos Aires (2000).

Brealey, R., and Myers, S., *Fundamentos de financiación empresarial*. Mc Graw- Hill, Madrid, 1993.

Cheng, K.J., and Lin, S.D., An exact solution of cash flow for an integrated evaluation of investment in inventory and credit, *Production Planinning & Control*, 9 (1998), 360-365.

De Pablo, A., Ferruz, L., and Santamaria, R., *Análisis práctico de decisiones de inversión y financiación en la empresa*, Ariel, Barcelona (1990).

Fernandez Blanco, M. *Dirección financiera de la empresa*. Pirámide, Madrid, 1991.

Grinyer, J.R., and Walker, M., Deprival value-based accounting rates of return under uncertainty. A note, *Economical Journal*, (September 1990), 918-922.

Hajdasinski, M.M., The Payback Period as a Measure of Profitability and Liquidity, *The Engineering Economist*, 38 (1993), 177-191.

Hajdasinski, M.M., Remarks in the context of the case for a generalized net present value formula, *The Engineering Economist*, 40 (1995), 201-210.

Hajdasinski, M.M., Adjusting the Modified Internal Rates of Return, *The Engineering Economist*, 41 (1996), 173-186.

Hajdasinski, M.M., NPV- Compatibility, project ranking, and related issues, *The Engineering Economist*, 42 (1997), 325-339.

Hajdasinski, M.M., Technical note- the internal rate of return (IRR) as a financial indicator, *The Engineering Economist*, 49 (2004), 185-197.

Hartman, J.C., and Schafrick, I.C., The relevant internal rate of return, *The Engineering Economist*, 49 (2004), 139-158.

Hazen, G.B., A new perspective on multiple internal rates of return, *The Engineering Economist*, 48 (2003), 31-51.

Kim, J.S., and Kim, J.W., A breakeven procedure for a multi-period project, *The Engineering Economist*, 41 (1996), 95-104.

Kim, Y.H. and Chung, K.H., An integrated evaluation of investment in inventory and credit: A cash flow approach, *Journal of Business Finance & Accounting*, 17 (1990), 381-390.

Lan, S.P., Chung, K.J., Chu, P., and Kuo, P.F., The formula approximation for the optimal cycletime of the net present value, *The Engineering Economist*, 48 (2003), 79-91.

Lohmann, J.R., A clarification of the Concepts of income, wealth base, and rates of return implications of alternative project evaluation criteria, *The Engineering Economist*, 39 (1994), 355-361.

Lohmann, J.R., and Baksh, S. N., The IRR, NPV and payback period and their relative performance in common capital budgeting decision procedures for dealing with risk, *The Engineering Economist*, 39 (1993), 17-47.

López Dumrauf, G., *Finanzas Corporativas*, Grupo Guía, Buenos Aires (2003).

Machain, L., *El valor actual neto como criterio óptimo para seleccionar alternativas de inversión*, Trabajo Final de la Especialidad en Finanzas, Univ. Nacional de Rosario, 2002

Moon, I., and Yun, W., A note in evaluating investments in inventory systems: a net present value framework, *The Engineering Economist*, 39 (1993), 93-99.

Pasin, F., and Leblanc, D., A simple method for calculating the $i_{\min}$ rate for an investment project, *The Engineering Economist*, 41 (1996), 365-368.

Pierru, A., and Feuillet-Midrier, E., Discount rate value and cash flow definition: a new relationship and its implications, *The Engineering Economist*, 47 (2002), 60-74.

Prakash, A.J., Dandapani, K., and Karels, G.V., Simple resource allocation rules, *Journal of Business Finance & Accounting*, 15 (1988), 447-452.

Reichelstein, S., Providing managerial incentives: Cash flows versus accrual accounting. *Journal of Accounting Research*, 38 (2000), 243-269.

Roumi, E., and Schnabel, J.A., Evaluating investment in inventory policy: a net preset value framework, *The Engineering Economist*, 35 (1990), 239-246.

Samuelson, P., and Nordhaus, W., *Economía*, Mc Graw- Hill, México (1990).

Sapag Chain, N., *Evaluación de proyectos de inversión en la empresa*, Prentice Hall, 2001.

Shull, D.M., Efficient capital project selection through a yield-based capital budgeting technique, *The Engineering Economist*, 38 (1992), 1-18.

Stanford, R.E., Optimizing profits from a system of accounts receivable, *Management Science*, 35 (1989), 1227-1235.

Suarez Suarez, A.S., *Decisiones óptimas de inversión y financiación en la empresa*, Ediciones Pirámide, Madrid (1991).

Tang, S.L., and Tang, H.J., The variable financial indicador IRR and the constant economic indicador NPV, *The Engineering Economist*, 48 (2003), 69-78.

Tarzia, D.A., *Curso de nivelación de Matemática*, Mc Graw- Hill, Santiago de Chile (2000).

Tarzia, D.A., El punto muerto financiero de un proyecto de inversión simple en función de la tasa de descuento con un análisis de sensibilidad, *Jornadas SADAF 2007*, 27 (2007), 421-440.

Tarzia, D.A., El punto muerto financiero de un proyecto de inversión en crecimiento en función de la tasa de descuento, in *9th International Finance Conference*, *Jornadas SADAF*, 29 (2009), 237-255.

Tarzia, D.A., *El punto muerto financiero de un proyecto de inversión en función de la tasa de descuento,* Tesis de Maestría en Finanzas, Univ. Nacional de Rosario, Rosario, 2010.

Vanhoucke, M., Demeulemeester, E. and Herroelen, W., On maximizing the net present value of a project under renewablee resource constraints, *Management Science*, 47 (2001), 1113-1121.

Villalobos, J.L., *Matemáticas financieras*, Prentice Hall, 2ª Ed., México, 2001.

Zhang, D., A different perspective in using multiple internal rates of return: the IRR parity technique, *The Engineering Economist*, 50 (2005), 327-335.