

Solución Analítica al Problema de la Circularidad Usando Flujos de Caja Descontados

Felipe Mejía
Internexa S.A. P.S.P.
Medellín, Colombia
lmejia@internexa.com.co
fmejia1@une.net.co
felipemejiap@gmail.com

Ignacio Vélez-Pareja
Universidad Tecnológica de Bolívar
Cartagena, Colombia
nachovelez@gmail.com
ivelez@unitecnologica.edu.co
Primera versión: Marzo 18, 2010
Versión actual: 31-jul-10

Los autores agradecen el eficiente trabajo de traducción al español de Rafael Salas, estudiante de la Universidad Tecnológica de Bolívar en Cartagena, Colombia

Resumen

En este artículo proponemos una solución analítica al problema de la circularidad entre el valor y el costo de capital. Nuestra solución se obtiene a partir de un principio central de las finanzas que establece una relación entre el valor actual y el valor, el flujo de caja y la tasa de descuento en el siguiente período. Derivamos una formulación general del valor del patrimonio, P , del valor total y del costo promedio ponderado del capital, WACC sin circularidad.

Además, comparamos los resultados obtenidos usando estas fórmulas con los resultados obtenidos usando el método de Valor Presente Ajustado, VPA¹ (sin circularidad), y la solución iterativa de circularidad basada en la función de iteración de una hoja de cálculo. Concluimos que todos los métodos producen el mismo resultado.

Palabras Clave

Valoración de empresas, Costo de capital, Flujos de caja, Flujo de caja libre, Flujo de caja de capital, WACC, Circularidad.

Clasificación JEL

M21, M40, M46, M41, G12, G31, J33.

Abstract

In this paper we propose an analytical solution to the circularity problem between value and cost of capital. Our solution is derived starting from a central principle of finance that relates value today to value, cash flow, and the discount rate for next period. We derive a general formulation for the equity value, E , the firm value and the weighted average cost of capital, WACC, without circularity.

We furthermore compare the results obtained using these formulas with the results using the Adjusted Present Value approach (no circularity) and the iterative solution of circularity based upon the iteration feature of a spreadsheet. We conclude that all methods produce the same answer.

Key Words

Firm valuation, cost of capital, cash flows, free cash flow, capital cash flow, WACC, circularity

JEL Classification

M21, M40, M46, M41, G12, G31, J33

¹ Aunque ésta es la traducción apropiada del Adjusted Present Value, y su sigla APV, en este documento utilizaremos APV para referirnos a este método por su uso generalizado en español. Lo mismo haremos para el costo promedio de capital: lo indicaremos con sus siglas en inglés, WACC.

Introducción

Desde el artículo fundamental de Modigliani y Miller en 1958, ha existido el problema de circularidad entre la tasa de descuento y el valor de los flujos de caja lo que da lugar al problema de circularidad.

Este problema ha sido abordado de diferentes maneras: una, ignorándolo y suponiendo como constante el costo de capital, otra, suponiendo que los impuestos no existen y descontando los flujos de caja con el costo de capital antes de impuestos, otra más, iterando manualmente y suponiendo un apalancamiento objetivo o deseado, y por último, iterando automáticamente utilizando la función de iteración de una hoja de cálculo.

En este artículo proponemos una solución analítica al problema de la circularidad. Nuestra solución se obtiene a partir de un principio básico de las finanzas que dice:

$$V_t = \frac{V_{t+1} + FC_{t+1}}{1 + TD_{t+1}} \quad (1)$$

Donde V es valor, FC es el flujo de caja y TD, la tasa de descuento.

Derivamos una formulación general para el valor del patrimonio, P, en un período dado, y proponemos una fórmula general que depende del valor del patrimonio del siguiente período, el valor de la deuda y el ahorro en impuestos del período actual, la tasa de descuento para el AI del siguiente período, a la que denominamos ψ , el costo de la deuda, Kd, y el costo del patrimonio desapalancado, Ku. Luego presentamos esta fórmula para dos casos especiales: uno donde ψ es igual al Kd y otro donde ψ es igual al Ku.

El resto del documento está organizado así: la Sección Uno recoge lo que hay en la literatura al respecto de la circularidad y modo de abordarla; en la Sección Dos, se comenta sobre el endeudamiento objetivo; en la Sección Tres planteamos la solución a la circularidad; en la Sección Cuatro presentamos un ejemplo y en la Sección Cinco concluimos.

Sección Uno. Revisión de la literatura

Autores, profesionales (“practitioners”) y profesores de finanzas reconocen la existencia del problema de la circularidad y las soluciones propuestas van desde procesos iterativos ya

sean manuales ("WACC continuo o Rolling WACC") o automáticos (con una hoja de cálculo), hasta el uso de un endeudamiento objetivo o deseado y suponiendo constante el WACC². Otros autores como Benninga (2006), y Benninga y Sarig (1997), simplemente ignoran el problema de la circularidad y sólo utilizan un WACC o Ke constantes, bajo el supuesto de que los impuestos personales compensan de manera aproximada los escudos fiscales de los impuestos corporativos.

Autores como Lerner y Carleton 1966, Baghinski y Whalen 2003, Pfeiffer 2004, Rao y Stevens 2007, Vishwanath 2007, Apreda 2008, Woolley 2009, y algunos profesionales reconocen la existencia de la circularidad, pero no ofrecen una solución al problema.

Rao y Stevens reconocen la existencia de tal circularidad y afirman que "investigaciones anteriores han notado, pero no modelado estas interacciones". Rao y Stevens, 2007.p.2.

Vishwanath reconoce que usando el valor en libros y el valor de mercado³, cuando se introduce el apalancamiento en el WACC se llega a resultados diferentes. "El valor de mercado del patrimonio es el valor presente del flujo de caja del accionista pero la tasa de descuento usada para descontar ese flujo, FCA, supone que esta está basada en el valor de mercado del patrimonio. Es decir, hay un problema de circularidad. Podemos superar este problema usando la valoración de cuasi mercado". Vishwanath, 2007.p 559.

Incluso profesionales en el tema reconocen el problema de la circularidad de la siguiente manera: "Ahora, para poder calcular el WACC necesitamos conocer el valor de la firma, pero para calcular este valor necesitamos conocer el WACC. Así que tenemos un problema de circularidad que involucra una solución simultánea del WACC y el valor de la firma". (Strategy@Risk, visitado en marzo del 2010).

Hay diferentes enfoques para la solución de la circularidad: una estructura de capital objetivo, iteración a mano o rolling WACC e iteración automática usando hoja de cálculo.

Entre los que proponen la estructura de capital objetivo y/o la solución iterativa partiendo del apalancamiento objetivo inicial, encontramos a Rosenberg y Guy, 1976;

² Un endeudamiento constante no garantiza un costo del patrimonio con deuda ni un WACC constantes, porque ambos dependen del valor del AI. Ver Vélez-Pareja, Ibragimov and Tham, 2008.

³ Cuando se dice precio o valor de mercado nos referimos al valor presente de los flujos futuros.

Greenwald, 1980; Luehrman, 1997 (como una introducción a su defensa del valor actual ajustado, APV); Abarbanell, 1999; Copeland, Koller y Murrin, 2000; Abrams, 2001; Pratt, 2002; Brealey y Myers 2003; Hitchner, 2003; Schiefner, y Schmidt, 2003; Schuster y Jameson, 2003; Froidevaux, 2004; Schultze, 2004; Tham y Vélez Pareja, 2004; Madera y Leitch, 2004; Mello-P-Souza y Bee, 2005; Hua y Upneja, 2005; Koller, Goedhart y Wessels. 2005; Damodaran, sin fecha diapositivas, 2000, 2006; DeMario y Fazzone, 2006; Lazar y Prisman, 2006; Vélez-Pareja, 2006; Mohanty, 2007; Penman, 2007 (citado por Liu, 2009); Crundwell, 2008; Mian y Vélez Pareja, 2008; Pratt, 2008; Pratt y Grabowski, 2008; Turner, 2008; Ansay, 2009; Berk y DeMarzo 2009; Hess, Homburg, Lorenz, y Sievers, 2009; Liu, 2009; Lobe, 2009; Vélez-Pareja y Tham, 2000, 2005, 2009; Vélez-Pareja y Burbano Pérez, 2010; Fairchild, s.f.; Pinteris, s.f.; Mathiesen, s.f.; Tijdhof, s.f. y el Center for Financial Research.

Según Crundwell "Los valores de deuda y capital utilizados en el cálculo del WACC deben ser valores de mercado (no los valores históricos) y tienen que ser valores objetivos...no los valores actuales. Este argumento circular crea dificultades". (Crundwell 2008. P. 378.).

Los argumentos de Koller, Goedhart y Wessels son sencillos: "Para valorar la compañía, hay que hacer uso de pesos objetivo". Sin embargo, al mismo tiempo, sostienen que "hay que determinar el valor de mercado del patrimonio (para el costo del capital) o bien utilizando el método de múltiplos o con el flujo de caja descontado iterativamente. Para hacer una valoración iterativa, se debe suponer una estructura de capital razonable, y valorar la empresa con el flujo de caja descontado. Utilizando el endeudamiento estimado repitiendo la valoración. Continuar este proceso hasta que la valoración no presente cambios sustanciales de una iteración a otra." (Koller, Goedhart y Wessels, 2005. p. 324-325).

Pinteris dice: "Tenga en cuenta que la elección de una estructura de capital objetivo también es necesaria por la presencia de un problema de circularidad en nuestros cálculos. Para estimar el WACC necesitamos conocer el peso de la deuda y el patrimonio a precios de mercado. Para hacerlo, tenemos que saber, en particular, el valor de mercado del patrimonio. Pero, esto depende de la tasa de descuento utilizada para descontar los flujos de caja libre futuros, que está dada por el WACC. Para la estimación de la estructura de capital objetivo,

podríamos utilizar la actual estructura de capital de la empresa basada en el mercado y revisar la estructura de capital de empresas similares, así como examinar la política de la gerencia sobre el endeudamiento. "(Pinteris, sf, p. 5).

Berk y Demarzo, 2009, reconocen que cuando el apalancamiento cambia, el WACC cambia, y es difícil calcular el valor; para resolver esto, ellos calculan el valor con el APV y luego calculan el WACC. Luego usan este WACC para calcular el valor con el FCL y obviamente, obtener el mismo valor. Como se ha dicho, el APV es la forma más sencilla de resolver la circularidad. ¿Para qué es necesario el cálculo del WACC? Aunque no es exactamente el caso, reconocemos que la aplicación de la fórmula del WACC utilizando los resultados de un primer método rompe la circularidad.

En la introducción a su defensa del APV, Luehrman dice: "Un inconveniente es adivinar el valor de mercado o usar valores en libros y luego iterar y encontrar con el computador valores de mercado como un nuevo estimado, luego re calcular un nuevo estimado, y así sucesivamente hasta que el estimado y los valores calculados converjan. "(Luehrman, 1997, p. 153). Esto también se conoce como "rolling" WACC.

Copeland, Koller y Murrin de 2000. p. 204, consideran que "la segunda razón por la cual utilizar una estructura de capital objetivo es porque esto resuelve el problema de la circularidad involucrado en la estimación del WACC."

Brealey y Myers 2003, p. 227 y p. 25 eluden la cuestión de la circularidad suponiendo que tienen un balance con los valores de mercado. Si esta es la situación, entonces no hay la necesidad de calcular el WACC. Hablan incluso de un costo de capital de la industria, (p. 550), pero esto no resuelve el problema, ni tiene sentido.

El profesor Abarbanell, 1999, p. 6 advierte al lector: "[...] emplear el valor de mercado real de la empresa en el cálculo del WACC implica un razonamiento circular (ya que estamos tratando de determinar ¡qué valor de mercado debe tener!). Por lo tanto, es necesario adivinar el valor de mercado de la empresa, haciendo uso de estimados para determinar los pesos que se aplicarán en el WACC y determinar si el WACC estimado conduce a un valor de mercado del patrimonio igual a su estimativo original.

Según Lazar y Prisman "Esto introduce la circularidad en el proceso, como si el valor de mercado de la deuda y el patrimonio fueran conocidos y por lo tanto el valor de la empresa, pero el valor de la empresa es lo que tratamos de estimar. Incluso en la valoración de una empresa los profesionales utilizan valores contables como una solución a este problema a pesar de que puede resolverse numéricamente. Unas pocas iteraciones pueden dar como resultado un valor del capital y la deuda que sea consistente (con una tolerancia) con el valor de la firma." (Lazar y Prisman, 2006. p. 24).

Greenwald comenta acerca de la diferencia cuando las evaluaciones de proyectos regulados citan que "la dificultad fundamental en la valoración de los activos de empresas de servicios ("utilities") (es decir, su precio base) es la de la circularidad. Su valor está determinado, como los de cualquier activo, por la utilidad neta que sean capaces de producir. Pero, a su vez está determinado por las políticas de la agencia reguladora pertinente y, en particular, por el valor que tal agencia asigna a los activos de la empresa. Por lo tanto, las valoraciones hechas por la autoridad reguladora tienden a ser auto-cumplidas y no hay un principio firmemente sustentado mediante el cual esta circularidad pueda romperse. Los intentos de romperla han tomado tradicionalmente dos direcciones". (Greenwald, 1980, p. 2). Un problema similar fue planteado y resuelto por Vélez-Pareja, 2006.

Wood y Leitch dicen que "No existe una solución analítica general de esta circularidad, por lo que el WACC común no puede capturar los efectos de cambiar la estructura de capital sobre el costo de capital, y consecuentemente el VPN calculado no es correcto: la riqueza de los accionistas va a cambiar por una cantidad diferente que puede tener un signo diferente". (Wood y Leitch, 2004, p. 16). También afirman que "Tal circularidad se opone a una solución analítica general para el problema de determinar el tipo de descuento adecuado a utilizar para un proyecto propuesto. La técnica de solución APV utiliza un método iterativo para contrarrestar esta circularidad". (Wood y Leitch, 2004, p. 19)

Damodaran, 2000, reconoce que "todos los libros de texto son categóricos en afirmar que los distintos pesos en el cálculo del costo de capital sean ponderaciones basadas en el valor de mercado" y que el problema es la "inconsistencia" detrás de esto. Para resolver esta

inconsistencia se propone un procedimiento iterativo. Este es el “rolling” WACC que eventualmente "convergería más temprano que tarde".

Pratt comenta que "al calcular, el WACC de una empresa no transada en bolsa, o un proyecto, existe un problema adicional importante: Dado que no hay mercado para los títulos, tenemos que estimar los valores de mercado con el fin de calcular los coeficientes correctores de la estructura de capital. Como veremos, la estimación de los coeficientes correctores para cada componente de la estructura de capital se convierte en un proceso iterativo para las empresas que pretenden funcionar o se supone que funcionan con niveles actuales de deuda. Afortunadamente, los ordenadores realizan este ejercicio con mucha rapidez. ("Iterar" significa repetir. Un “proceso iterativo” es un proceso repetitivo. En este caso, estimamos los pesos del valor de mercado porque los valores de mercado reales son desconocidos. Podemos re estimar los pesos varias veces hasta que los pesos de valor de mercado calculados se aproximan bastante a las ponderaciones utilizadas en la estimación del WACC.)" (Pratt, 2002. P48-49).

Vélez-Pareja y Tham, 2000, 2009; Tham y Vélez-Pareja, 2004, y Vélez-Pareja y Burbano-Pérez, 2010, han propuesto la solución de la circularidad construyendo la relación circular e iterando automáticamente usando la herramienta para manejar procesos iterativos que tienen las hojas de cálculo.

Después de reconocer la existencia de la circularidad, Abrams, 2001. p. 180 menciona que "Por medio de un enfoque iterativo se elimina esta deficiencia en ambos modelos. Después de determinar el valor de mercado de la deuda, se puede suponer cualquier valor para el capital lo que define la deuda inicial para un nivel de endeudamiento. Calculamos la primera iteración del valor del patrimonio usando este endeudamiento inicial. Después de varias iteraciones, eventualmente se obtiene una solución única para el patrimonio que es consistente con la última iteración del coeficiente deuda / capital y es independiente de nuestra elección inicial de capital”.

Damodaran en una de sus diapositivas de clase recomienda que:

"En lugar de utilizar pesos de valor en libros, se debe tratar con

- Razones financieras industriales promedio de deuda para empresas que cotizan en bolsa
- Endeudamiento objetivo (si la gerencia fija tal objetivo)

- Los valores estimados de deuda y capital de la valoración (a través de un proceso iterativo)” (Damodaran. Valoraciones. Diapositiva 46).

Al presentar los resultados de una encuesta sobre herramientas utilizadas en evaluación de inversiones de capital, Truong, Partington y Peat, 2008. p. 107 y 118 explican que "la mayoría de los encuestados (84%) estima un WACC. Al calcular el WACC, el 60% de las empresas dijeron que habían utilizado los pesos objetivos y 40% utiliza los pesos actuales. En cuanto a la elección entre pesos de valor de mercado y valor contable, se registró una caída sustancial en el número de encuestados. Las empresas encuestadas muestran, incluso, casi que un balance entre aquellos que usaban pesos de valor de mercado (51%), y los que utilizaban pesos de valor contable (49%)". Por otro lado, "Los flujos de caja proyectados están descontados al valor del costo promedio ponderado del capital calculado por el empresa, y la mayoría de empresas utilizan el mismo tipo de descuento en todas las divisiones. La tasa de descuento se supone constante para toda la vida del proyecto. El WACC se basa en pesos objetivo de la deuda y capital”.

Otros usan o modifican una solución simple propuesta por Myers, 1974, del Valor Presente Ajustado, APV. Por ejemplo, Luehrman de 1974 aboga por el APV de Myers; McDaniel, 1994. p. 147 considera que "el método APV de hacer frente a los costos flotantes mediante el ajuste la inversión inicial es factible para un caso general de presupuesto de capital o planeación de la financiación, porque la circularidad se puede evitar mediante el uso de un algoritmo que hace coincidir el VPN de cada proyecto con el costo flotante incremental de las emisiones potenciales aseguradas para financiar el proyecto. El método APV reduce la ambigüedad de la variable precio de las acciones en el modelo de Gordon. Sin embargo, sin modificaciones, el método APV puede rechazar estrategias de las empresas con prometedoras oportunidades de inversión a largo plazo que aumentan su valor”. Por otra parte, Adserà y Viñolas, 2003, reconocen la existencia de circularidad para perpetuidades y proponen una versión modificada del APV como solución.

Por último, Vélez-Pareja y Benavides, 2006, presentan una solución analítica a la circularidad que deriva en el flujo de caja de capital.

Sección 2. Una digresión acerca del apalancamiento objetivo

La idea de usar un apalancamiento objetivo es para eludir o evitar el problema de la circularidad, o si está acompañado por un proceso de iteración, para resolver el problema. Los que eluden el problema con el uso directo de un apalancamiento objetivo sin ninguna iteración imaginan que están evitando el problema de manera correcta. De hecho, cuando uno supone un apalancamiento objetivo, usualmente considerado constante, se tiene circularidad porque la formulación general de costo de capital (sea ésta la del costo del patrimonio apalancado K_e , o la del costo promedio ponderado del capital WACC) depende del ahorro en impuestos o de su valor de mercado. Por lo tanto, tenemos que calcular la deuda del período $t-1$ para poder calcular el costo de capital en t , y desde allí hasta el final del horizonte de planificación. La práctica regular desestima esta situación y aplica la fórmula estándar de los libros de texto como si esto pudiera ser hecho sin el reajuste de la deuda y sus consecuencias en el ahorro en impuestos. (Ver Tham y Velez-Pareja, 2004 y Taggart, 1991).

El resultado es que cuando no hace un reajuste a la deuda, el flujo de caja del accionista, FCA, no se puede calcular (suponiendo correctamente que el FCA es lo que los accionistas efectivamente reciben). Ver Magni y Velez-Pareja, 2009.

Sección Tres. La solución de la circularidad

Utilizando el principio básico de las finanzas y la derivación para el costo del patrimonio apalancado hecha por Taggart, 1991 y Tham y Velez-Pareja, 2004, resolveremos analíticamente el problema de la circularidad entre la estructura de capital y la tasa de retorno requerida. Suponemos que la amortización de la deuda se conoce desde el principio y puede tener cualquier tipo de perfil. Un programa "conocido" de la deuda es el resultado de solucionar las necesidades de dinero cuando los déficits de corto y largo plazo están contemplados en un modelo de planeación financiera; ver Velez-Pareja, 2009. Esta fórmula se deriva en el apéndice A.

Una fórmula general para P y V (valor de la firma) sin circularidad, para cualquier tasa de descuento para el AI, ψ es:

$$P_{t-1} = \frac{P_t + FCA_t - (Ku_t - Kd_t)D_{t-1} + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI}}{1 + Ku_t} \quad (2)$$

y

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t + AI_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI}}{1 + Ku_t} \quad (3)$$

Donde P es el valor de mercado del patrimonio, FCA es el flujo de caja del accionista, Kd el costo de la deuda, Ku el costo del patrimonio desapalancado, D el valor de mercado de la deuda, ψ tasa de descuento del ahorro en impuestos, AI, V el valor de mercado de la firma, V^{AI} el valor de mercado del AI, y FCL el flujo de caja libre.

La formulación general para $\psi = Kd$:

$$P_{t-1} = \frac{P_t + FCA_t - (Ku_t - Kd_t)(D_{t-1} - V_{t-1}^{AI})}{1 + Ku_t} \quad (4)$$

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t + AI_t + (Ku_t - Kd_t)V_{t-1}^{AI}}{1 + Ku_t} \quad (5)$$

La formulación para $\psi = Ku$:

$$P_{t-1} = \frac{P_t + FCA_t - (Ku_t - Kd_t)D_{t-1}}{1 + Ku_t} \quad (6)$$

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t + AI_t}{1 + Ku_t} \quad (7)$$

Observe que (7) es el valor calculado con el flujo de caja de capital, FCC, propuesto por Ruback, 2002, y es un principio básico de las finanzas, como se menciona en (1).

La fórmula general para el WACC:

$$WACC_t = \frac{Ku_t(V_t + FCL_t) - (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} - AI_t}{V_t + FCL_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} - AI_t} \quad (8)$$

Para $\psi = Kd$:

$$WACC_t = \frac{Ku_t(V_t + FCL_t) - (Ku_t - Kd_t)V_{t-1}^{AI} - AI_t}{V_t + FCL_t + (Ku_t - Kd_t)V_{t-1}^{AI} - AI_t} \quad (9)$$

Para $\psi = Ku$:

$$WACC_t = \frac{Ku_t(V_t + FCL_t) - AI_t}{V_t + FCL_t + AI_t} \quad (10)$$

Como se mencionó arriba, algunas de estas fórmulas no son intuitivas, excepto (7).

Tham y Velez-Pareja, 2004, proponen un cálculo del valor terminal VT con crecimiento, que soluciona la circularidad. La formulación valor terminal para el ahorro en impuestos, V_N^{VTAI} en N, el último período proyectado, es (cuando $\psi=Ku$):

$$V_N^{VTAI} = \frac{TKdD\%V_N^{VTL}}{Ku-g} \quad (11)$$

Donde T es la tasa de impuestos corporativa, Kd es el costo de la deuda, D% es el endeudamiento, Ku es el costo del patrimonio desapalancado y g es el crecimiento nominal (todas estas variables son a perpetuidad) y V_N^{VTL} es el valor terminal de la firma apalancado.

El VT desapalancado

$$V_N^{VTUn} = V_N^{VTL} \left(1 - \frac{TKdD\%}{Ku-g}\right) \quad (12)$$

Solucionando para el valor terminal apalancado tenemos

$$V_N^{VTL} = \frac{FCL_{N+1}}{(Ku-g)\phi} \quad (13)$$

Donde el FCL_{N+1} es el flujo de caja libre de N+1 y ϕ es

$$\phi = 1 - \frac{TKdD\%}{Ku-g} \quad (14)$$

Con esta colección de fórmulas resolveremos analíticamente el problema de la circularidad.

Sección Cuatro. Un ejemplo

En este ejemplo suponemos que $\psi=Ku$. En el apéndice B repetimos esto para $\psi=Kd$. En la tabla 1 vemos los datos de entrada.

Tabla 1a. Datos de entrada para el ejemplo

Año	0	1	2	3	4
FCD		23,48	13,71	14,43	17,99
AI		4,22	3,56	3,40	3,06
FCL		19,26	18,34	23,67	31,81
FCA		0,00	8,18	12,64	16,88
D	91,97	80,56	77,00	72,28	63,04

Tabla 1b. Datos de entrada para perpetuidad y cálculo del TV

T	35%
Kd	12,10%
D%	25,44%
Ku	13,92%
g	0%
φ	92,26%
FCL _{N+1}	31,81

En la tabla 2 mostramos algunos resultados para la perpetuidad o valor terminal.

Usamos las ecuaciones (12) y (13).

Tabla 2. Cálculo de los valores terminales

Año	0	1	2	3	4
VT (AI) (ec. (12))					19,19
VT(FCL) (ec. (13))					247,78
VT(P)=TV(FCL)-D					184,74
VT desapalancado VT(FCL) – VT(AI)					228,6

El Valor terminal para la firma y para el AI ha sido calculado usando (11) y (13)

Usando la ecuación 6

$$P_{t-1} = \frac{P_t + FCA_t - (Ku_t - Kd_t)D_{t-1}}{1 + Ku_t} \quad (6)$$

Tabla 3. Cálculo del valor de mercado del patrimonio usando (5)

Año	0	1	2	3	4
FCA		0	8,18	12,64	16,88
Kd		13,12%	12,61%	12,61%	12,10%
Ku		15%	14,46%	14,46%	13,92%
P	127,75	148,64	163,44	175,85	184,74
D	91,97	80,56	77	72,28	63,04
V=D+P	219,72	229,2	240,44	248,13	247,78

Usando las ecuaciones (7) y (8)

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t + AI_t}{1 + Ku_t} \quad (7)$$

En la tabla 4 calculamos el valor de la firma usando las ecuaciones previas y a través de este valor, calculamos el valor de mercado del patrimonio.

Tabla 4. Cálculo del valor de la firma usando (6)

Año	0	1	2	3	4
AI		4,22	3,56	3,4	3,06
FCL		19,26	18,34	23,67	31,81
Ku		15%	14%	14%	14%
V	219,72	229,2	240,44	248,13	247,78
D	91,97	80,56	77	72,28	63,04
P=V-D	127,75	148,64	163,44	175,85	184,74

Como esperábamos, los dos valores son idénticos. Usando (8) para estimar el WACC sin circularidad, tenemos

$$WACC_t = \frac{K_{u_t}(V_t + FCL_t) - (K_{u_t} - \psi_t)V_{t-1}^{AI} - AI_t}{V_t + FCL_t + (K_{u_t} - \psi_t)V_{t-1}^{AI} - AI_t} \quad (8)$$

En la tabla 5, calculamos el valor de la firma usando el FCL y el WACC, de la ecuación (8)

Tabla 5. Cálculo del valor de la firma usando el FCL y el WACC

Año	0	1	2	3	4
AI		4,22	3,56	3,4	3,06
FCL		19,26	18,34	23,67	31,81
WACC		13,08%	12,91%	13,04%	12,68%
V	219,72	229,2	240,44	248,13	247,78
D	91,97	80,56	77	72,28	63,04
P=V-D	127,75	148,64	163,44	175,85	184,74

Nuevamente, como esperábamos, los valores de la firma y del patrimonio son idénticos a los encontrados en los enfoques anteriores.

Como el APV es la forma más simple de calcular valor sin circularidad, podemos comprobar nuestros resultados con los del APV y $\psi = K_u$, en la tabla 6.

Tabla 6. Cálculo del valor de la firma y del patrimonio usando APV

Año	0	1	2	3	4
FCL		19,26	18,34	23,67	31,81
VT desapalancado					228,6
AI		4,22	3,56	3,4	3,06
TV (AI)					19,19
PV (FCL con Ku)	198,13	208,59	220,41	228,6	228,6
PV (AI con Ku)	21,59	20,61	20,03	19,53	19,19
V	219,72	229,2	240,44	248,13	247,78
D	91,97	80,56	77	72,28	63,04
V-D	127,75	148,64	163,44	175,85	184,74

Los resultados de la tabla 6 muestran que el método analítico propuesto arroja resultados consistentes con el APV, el cual es la manera más fácil de calcular valor sin el problema de la circularidad.

Sección Cinco. Conclusiones

Hemos mostrado tres soluciones analíticas para el problema de la circularidad, las cuales son, el cálculo del valor de mercado del patrimonio, el valor total de la firma con el WACC sin circularidad usando el flujo de caja libre FCL. También hemos demostrado que la solución (valoración) usando los métodos propuestos es consistente, dado un supuesto en la tasa de descuento del AI. Los tres métodos coinciden con el APV, el cual es el mejor método para calcular el valor sin circularidad. Estos métodos no requieren ni del uso de un apalancamiento objetivo, ni de iteraciones.

Referencias bibliograficas

- Abarbanell, Jeffery, 1999. *Valuing the Gap Using a Discounted Cash Flow Model. Handout for the purpose of class discussion.* Haas Graduate School, University of Berkeley www.haas.berkeley.edu,
<http://www.google.com.co/url?sa=t&source=web&ct=res&cd=48&ved=0CCcQFjAHOCg&url=http%3A%2F%2Fwww.haas.berkeley.edu%2FCourses%2FSpring1999%2FBA222-1%2F%2FGAPFCDSUMMARY.doc&ei=8kWiS7PwAc6UtgfOgaH2CQ&usg=AFQjCNFDdVrwFpTKHTT9QpaCeNu8nh-jWQ&sig2=qQQpjN-jRhoPtn0I5cq5DQ> (Visitado Marzo 21, 2010)
- Abrams, Jay B., 2001. *Quantitative Business Valuation: A Mathematical Approach for Today's Professional.* New York: McGraw-Hill.

- Adserà, Xavier y Pere Viñolas. 2003. FEVA: A Financial and Economic Approach to Valuation *Financial Analysts Journal*, Vol. 59, No. 2 (Mar. - Apr.), pp. 80-87
- Ansary, Thomas, 2009. *Firm Valuation: Tax Shields and Discount Rates*. Memoire Présenté en vue de l'obtention du Master en Ingénieur de gestion, à finalité spécialisée.
- Apreda, Rodolfo, 2008. Cost of Capital Adjusted for Governance Risk Through a Multiplicative Model of Expected Returns. Documento de trabajo, disponible en <http://ideas.repec.org/p/cem/doctr/383.html>.
- Baginski, Stephen P. y James M. Wahlen, 2003. "Residual Income Risk, Intrinsic Values, and Share Prices". *The Accounting Review*, Vol. 78, No. 1 (Jan.), pp. 327-351
- Benninga Simon, y Oded Sarig, 1997. *Corporate Finance: A Valuation Approach*. New York: McGraw-Hill
- Benninga, Simon, 2006. *Principles of Finance with Excel*. New York: Oxford.
- Berk, Jonathan B. y Peter Demarzo, 2009. *Corporate Finance: The Core*. Boston: MA: Pearson.
- Brealey, Richard A. y Stewart C. Myers. 2003. *Principles of Corporate Finance*. New York: McGraw-Hill.
- Center for Financial Research CEFA, http://www.google.com.co/url?sa=t&source=web&ct=res&cd=137&ved=0CDAQFjAGOIIB&url=http%3A%2F%2Fwww2.hanken.fi%2FCAfa%2Fdownloads%2FCAfa15%2FCAFA%2520Stock%2520Analysis%25202008.ppt&ei=i1miS_nslsyXtgfNlfyTCg&usq=AFQjCNEYww2Er2O0V7Oy3gVEW_mb1ZqbCw&sig2=Um3i1E6pvRjJSELFOqu8QA. (Visitado en marzo 21, 2010)
- Copeland, Tom, Tim Koller y Jack Murrin, 2000, *Valuation. Measuring and Managing the Value of Companies*, 3rd ed. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons Inc.
- Crundwell, Frank Kenneth, 2008. *Finance for Engineers: Evaluation and Funding of Capital Projects Finance for Engineers*. London: Springer-Verlag London Limited.
- Damodaran, Answath, 2002. *Investment Valuation – 2nd Ed.* Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons Inc. <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/pdfiles/valn2ed/ch15.pdf>.
- Damodaran, Aswath. 2006. *Valuation Approaches and Metrics: A Survey of the Theory and Evidence*. p30-31. <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/pdfiles/papers/valuesurvey.pdf>.

- Damodaran, Aswath. 2000. *The Dark Side of Valuation*. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons Inc. <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/pdfiles/papers/HighGrow.pdf>
- Damodaran, Aswath. *Valuation*. Slide 46. www.stern.nyu.edu/~adamodar/pptfiles/eq/FCDvegN.ppt. (Visitado en marzo 19, 2010)
- DeMario, Marianne y Anthony P. Fazzone, 2006. "The Adjusted Present Value: An Alternative Approach to the Effect of Debt of Business Value". *Business Valuation Update*. Excerpt from Vol. 12, No. 12, December. <http://www.bvresources.com/BVWireCentral/Material/WO112706/1206BVUDeMarioFazzone.pdf> (Bajado en Marzo 19, 2010).
- Fairchild, Keith, n.d. *The Cost of Capital & Discount Rates*. <http://faculty.business.utsa.edu/kfairchild/classes/5023/Lectures/5023Lectures.htm>. University of Texas at San Antonio (visitado en Marzo 19, 2010). Probablemente material de clase.
- Froidevaux, Pascal. 2004. *Fundamental Equity Valuation: Stock Selection based on Discounted Cash Flow*. Tesis presentada a la Faculty of Economics and Social Sciences of the University of Fribourg (Switzerland) como requisito parcial para el grado de Doctor of Economics and Social Sciences, Accepted by the Faculty's Council in July 1, 2004. p13.
- Greenwald, Bruce C., 1980. "Admissible Rate Bases, Fair Rates of Return and the Structure of Regulation". *The Journal of Finance*, Vol. 35, No. 2, Papers and Proceedings Thirty-Eighth Annual Meeting American Finance Association, Atlanta, Georgia, December 28-30, 1979 (May), pp. 359-368
- Hess, Dieter, Homburg, Carsten, Lorenz, Michael y Sievers, Soenke, 2009. *Extended Dividend, Cash Flow and Residual Income Valuation Models - Accounting for Deviations from Ideal Conditions* (April 9). Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1145201>.
- Hitchner, James R. *Financial Valuation: Applications and Models*. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons Inc. 2003.
- Hua, Nan y Arun Upneja, 2005. "True Market Value of Lodging Stocks: A Convergence Approach". *Journal of Hospitality Financial Management*, Volume 13, Issue 1. Article 14. <http://scholarworks.umass.edu/jhfm/vol13/iss1/14/> Visitado en marzo 19, 2010.

- Koller, Tim, Goedhart, Marc y Wessels, David. 2005. *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies* – McKinsey & Co. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons Inc. 4ª edición.
- Lazar, Fred y Prisman, Eli. 2006. Calculating the Cost of Capital for LDCs in Ontario. Teaching slides. Disponible en http://www.oeb.gov.on.ca/documents/cases/EB-2006-0088/4coc_lazarprisman_210606.pdf p. 19. (Visitado en Marzo 19, 2010)
- Lerner, Eugene M. y Willard T. Carleton, 1966. “Financing Decisions of the Firm”. The Journal of Finance, Vol. 21, No. 2, *Papers and Proceedings of the Twenty-Fourth Annual Meeting of the American Finance Association*, New York, New York, December 28-30, 1965 (May, 1966), pp. 202-214
- Liu, Yuan-Chi. 2009. The Slicing Approach to Valuing Tax Shields. *Journal of Banking & Finance* 33 (2009) 1069–1078. p1071.
- Lobe, Sebastian, 2009. Caveat WACC: Pitfalls in the Use of the Weighted Average Cost of Capital. *Corporate Ownership and Control*. Volume 6, Issue 3, Spring. Pp. 45-52.
- Luehrman, Timothy (1997). Using APV: A Better Tool for Valuating Operations. *Harvard Business Review*, May–June pp. 145–154.
- Magni, Carlo Alberto y Ignacio Vélez-Pareja, 2009. Potential Dividends Versus Actual Cash Flows in Firm Valuation. *The ICAFI Journal of Applied Finance*, Vol. 15, No. 7, July, pp. 51-66. Disponible en SSRN <http://papers.ssrn.com/abstract=1374070>.
- Mathiesen, H., 2010. *Presentation: Fundamental Value Analysis*. http://P.viaminvest.com/A2MonitorSystems/AppA2MonitorSystems/Pres_FundamentalValueAnalysis.asp, Visitado en abril 9, 2010.
- McDaniel, Wm R. 1994. “Techniques for Including Flotation Costs in Capital Budgeting: Materiality, Generality and Circularity”. *Financial Practice and Education*, Spring / Summer. 139-148.
- Mello-P-Souza, Carlos A. y Bee, Sarah, 2005. Business Valuation Software: A Blueprint for Reliability (November 6). Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=844543>
- Mian, Mohammed Asif e Ignacio Vélez-Pareja 2008. “Applicability of the Classic Wacc Concept in Practice” *Latin American Business Review*. V. 8, n.2, p.19 - 40, Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=804764>.
- Modigliani, Franco y Merton H. Miller, 1958, The Cost of Capital, Corporation Taxes

- and the Theory of Investment, *The American Economic Review*. Vol. XLVIII, pp 261-297.
- Mohanty, Pitabas, 2007. Solving the Circularity Problem in Estimating the Cost of Capital: A Practical Approach. *The Icfai Journal of Applied Finance*, Vol. 13, No. 2, pp. 29-38, March.
- Myers, Stewart C. 1974. Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions- Implications for Capital Budgeting. *The Journal of Finance*, Vol. 29, No. 1. (Mar.), pp. 1-25.
- Penman, Stephen H., 2007. *Financial Statement Analysis and Security Valuation*, 3rd ed. New York: McGraw-Hill. Citado por Liu, 2009.
- Pfeiffer, Thomas. 2004. Net Present Value-Consistent Investment Criteria Based on Accruals: A Generalisation of the Residual Income-Identity. *Journal of Business Finance & Accounting*, September/October 2004, p910-911.
- Pinteris, George, n.d., *Notes on Weighted-Average Cost of Capital (WACC)*. Finance 422, Department of Finance College of Business University of Illinois at Urbana-Champaign. <http://www.business.uiuc.edu/gpinteri/wacc.pdf>. (Visitado en marzo 19, 2010).
- Pratt, Shannon P., 2002. Cost of Capital: Estimation and Applications. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons Inc. 2nd Ed.
- Pratt, Shannon P., 2008. *Valuing a Business: The Analysis and Appraisal of Closely Held Companies*. McGraw-Hill. 5th Ed.
- Pratt, Shannon y Roger Grabowski, 2008, 3rd Edition. *Cost of Capital: Applications and Examples*. Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons Inc.
- Rao, Ramesh K. S. y Eric C. Stevens, 2007. *A theory of the firm's cost of capital: how debt affects the firm's risk, value, tax rate, and the government tax's claim*. Singapore: World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd.
- Rosenberg, Barr y James Guy, 1976. "Prediction of Beta from Investment Fundamentals: Part One, Prediction Criteria". *Financial Analysts Journal*, Vol. 32, No. 3 (May - Jun.), pp. 60-72.
- Ruback, Richard S., 2002. Capital Cash Flows: A Simple Approach to Valuing Risky Cash Flows. *Financial Management*, Vol. 31, No. 2 (Summer), pp. 85-103.
- Schiefner, Lars y Schmidt, Reinhart. 2003. *Shareholder Value at Risk: Concept for Company Valuation, Implementation, and Simulation Example*. p3. Disponible

- en <http://www2.wiwi.uni-halle.de/wiwi/lui/bwl/bank//schmidt/MLU-WIWI-WP47-2003.pdf>
- Schultze, Wolfgang. 2004. Valuation, Tax Shields and the Cost of Capital with Personal Taxes: A Framework for Incorporating Taxes. *International Journal of Theoretical and Applied Finance* Vol. 7, No. 6 (2004) 769-804.
- Schuster, Peter y Jameson, Mel. 2003. The Past Performance and Future Value of Companies. *Management Accounting Quarterly*, Summer 2003 Vol 4 No 4. p43. Disponible en <http://www.imanet.org/pdf/1836.pdf>.
- Strategy@Risk, *The weighted average cost of capital*. <http://www.strategy-at-risk.com/2008/09/08/the-weighted-average-cost-of-capital/> (Visitado en marzo 19, 2010).
- Taggart, Jr, Robert A., 1991, Consistent Valuation Cost of Capital Expressions with Corporate and Personal Taxes, *Financial Management*, Autumn, pp. 8-20.
- Tham, Joseph y Ignacio Vélez-Pareja, 2004. *Principles of Cash Flow Valuation. An Integrated Market-based Approach*. Boston: Academic Press.
- Tijdhof, Laurens, n.d. WACC: *Practical Guide for Strategic Decision-Making - Part 1: Is Estimating the WACC Like Interpreting a Piece of Art?* http://www.zanders.nl/publicaties/documents/WACC_part1.pdf (Visitado en marzo 20, 2010)
- Truong, Giang, Partington, Graham y Maurice Peat, 2008. Cost-of-Capital Estimation and Capital-Budgeting Practice in Australia. *Australian Journal of Management*, Vol. 33, No. I June 2008, pp. 95-121.
- Turner, James. 2008. The Circularity Problem with Free Cash Flow. Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1095227>.
- Vélez-Pareja, Ignacio y Antonio Burbano-Perez, 2010, "Consistency in Valuation: A Practical Guide". *Academia, Revista Latinoamericana de Administración*, N. 44, mayo de 2010. Pp. 21-43.
- Vélez-Pareja, Ignacio y Julián Benavides, 2006. There Exists Circularity between WACC and Value? Another Solution. *Estudios Gerenciales*, Vol. 98, pp. 13-23, January-March.
- Vélez-Pareja, Ignacio y Joseph Tham, 2000. "A Note on the Weighted Average Cost of Capital WACC". Working Paper No. 10. <http://ssrn.com/abstract=254587>.
- Vélez-Pareja, Ignacio y Joseph Tham, 2005. "Proper Solution of Circularity in the Interactions of Corporate Financing and Investment Decisions: A Reply to the

- Financing Present Value Approach”. *Management Research News*, Vol 28, No. 10, pp. 65-92.
- Vélez-Pareja, Ignacio y Joseph Tham, 2009. Market Value Calculation and the Solution of Circularity between Value and the Weighted Average Cost of Capital WACC. *RAM – Revista de Administração Mackenzie*, V. 10, N. 6 • São Paulo, SP • Nov./Dez. Edição Especial.
- Vélez-Pareja, Ignacio, Rauf Ibragimov y Joseph Tham, 2008, "Constant Leverage and Constant Cost of Capital: A Common Knowledge Half-Truth" (June 29). *Estudios Gerenciales*, Vol 24, No 107, pp. 13- 34. Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=997435>.
- Velez-Pareja, Ignacio, 2009. Constructing Consistent Financial Planning Models for Valuation (August 15). Forthcoming *IIMS Journal of Management of Science*, Vol. 1, January-June 2010 (Inaugural Issue), pp. 1-26. Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1455304>
- Vélez-Pareja, Ignacio, 2006. Valuating Cash Flows in an Inflationary Environment The Case of World Bank, en Barbara T. Credan (Editor), *Trends in Inflation Research*, New York: Nova Publishers.
- Vishwanath, S.R., 2007. *Corporate Finance: Theory and Practice*. New Delhi: Response Books. 2nd Ed.
- Wood, J. Stuart y Gordon Leitch, 2004. “Interactions of corporate financing and investment decisions: the financing present value (“FPV”) approach to evaluating investment projects that change capital structure”. *Managerial Finance*. V. 30, 2, pp.16 – 37.
- Woolley, Simon, 2009. *Sources of Value: A Practical Guide to the Art and Science of Valuation*. Cambridge: Cambridge University Press..

Apéndice A

Ecuaciones fundamentales e independientes

$$P_t = P_{t-1} \cdot (1 + Ke_t) - FCA_t \quad (A1)$$

$$Ke_t = Ku_t + (Ku_t - Kd_t) \cdot \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - (Ku_t - \psi_t) \cdot \frac{V_{t-1}^{AI}}{P_{t-1}} \quad (A2)$$

$$V_t = P_t + D_t = (P_{t-1} + D_{t-1}) \cdot (1 + WACC_t) - FCL_t \quad (A3)$$

De Taggart, 1991 y Tham y Vélez-Pareja, 2004, se tiene la fórmula general del

WACC:

$$WACC_t = Ku_t - (Ku_t - \psi_t) \cdot \frac{V_{t-1}^{AI}}{P_{t-1} + D_{t-1}} - \frac{AI_t}{P_{t-1} + D_{t-1}} \quad (A4)$$

Expresión general para P con cualquier ψ

De A1, tenemos que

$$1 + Ke_t = \frac{P_t + FCA_t}{E_{t-1}} \quad (A6)$$

Reemplazando (A2) en (A6)

$$1 + Ku_t + (Ku_t - Kd_t) \cdot \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - (Ku_t - \psi_t) \cdot \frac{V_{t-1}^{AI}}{P_{t-1}} = \frac{P_t + FCA_t}{P_{t-1}} \quad (A7)$$

$$1 + Ku_t = \frac{P_t + FCA_t - (Ku_t - Kd_t) \cdot D_{t-1} + (Ku_t - \psi_t) \cdot V_{t-1}^{AI}}{P_{t-1}} \quad (A8)$$

Simplificando solucionamos para P, el valor de mercado del patrimonio.

$$P_{t-1} = \frac{P_t + FCA_t - (Ku_t - Kd_t) \cdot D_{t-1} + (Ku_t - \psi_t) \cdot V_{t-1}^{AI}}{1 + Ku_t} \quad (A9)$$

Valor del patrimonio cuando $\psi = Ku$:

$$P_{t-1} = \frac{P_t + FCA_t - (Ku_t - Kd_t) \cdot D_{t-1}}{1 + Ku_t} \quad (A10)$$

Valor del patrimonio cuando $\psi = Kd$:

$$P_{t-1} = \frac{P_t + FCA_t - (Ku_t - Kd_t)(D_{t-1} - V_{t-1}^{AI})}{1 + Ku_t} \quad (A11)$$

Derivación para V y WACC.

Expresión general para V = D+P para cualquier ψ

$$P_t + D_t = (P_{t-1} + D_{t-1}) \cdot (1 + WACC_t) - FCL_t \quad (A12)$$

$$P_{t-1} + D_{t-1} = \frac{P_t + D_t + FCL_t}{1 + WACC_t} \quad (A13)$$

Reemplazando (A13) en (A4), se tiene

$$WACC_t =$$

$$Ku_t - (Ku_t - \psi_t) \cdot \frac{V_{t-1}^{AI}(1 + WACC_t)}{P_t + D_t + FCL_t} - \frac{AI_t(1 + WACC_t)}{P_t + D_t + FCL_t} \quad (A14)=(A13) \text{ en } (A4)$$

Reorganizando (A14)

$$1 + WACC_t =$$

$$1 + \frac{Ku_t(P_t + D_t + FCL_t) - (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI}(1 + WACC_t) - AI_t(1 + WACC_t)}{P_t + D_t + FCL_t} \quad (A15)$$

Simplificando

$$1 + WACC_t =$$

$$\frac{(1 + Ku_t)(P_t + D_t + FCL_t) - (1 + WACC_t)[(Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} + AI_t]}{P_t + D_t + FCL_t} \quad (A16)$$

Resolviendo para $1 + WACC$:

$$1 + WACC_t = \frac{(1 + Ku_t)(P_t + D_t + FCL_t)}{P_t + D_t + FCL_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} + AI_t} \quad (A17)$$

Resolviendo A17 para WACC:

$$WACC_t = \frac{(1 + Ku_t)(P_t + D_t + FCL_t) - [P_t + D_t + FCL_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} + AI_t]}{P_t + D_t + FCL_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} + AI_t} \quad (A18)$$

$$WACC_t = \frac{(1 + Ku_t - 1)(P_t + D_t + FCL_t) - (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} - AI_t}{P_t + D_t + FCL_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} + AI_t} \quad (A19)$$

$$WACC_t = \frac{Ku_t(P_t + D_t + FCL_t) - (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} - AI_t}{P_t + D_t + FCL_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} + AI_t} \quad (A20a)$$

$$WACC_t = \frac{Ku_t(V_t + FCL_t) - (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} - AI_t}{V_t + FCL_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} + AI_t} \quad (A20b)$$

Esta es la fórmula general para el WACC sin circularidad.

La derivación del valor V es

$$P_{t-1} + D_{t-1} = \frac{P_t + D_t + FCL_t}{(1 + Ku_t)(P_t + D_t + FCL_t)} \frac{P_t + D_t + FCL_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} + AI_t}{(A21) = (A17) \text{ en } (A13)}$$

Simplificando

$$P_{t-1} + D_{t-1} = \frac{P_t + D_t + FCL_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI} + AI_t}{1 + Ku_t} \quad (A22a)$$

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t + AI_t + (Ku_t - \psi_t)V_{t-1}^{AI}}{1 + Ku_t} \quad (A22b)$$

Fórmula cuando $\psi = Ku$:

De (A22b)

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t + AI_t}{1 + Ku_t} \quad (A23)$$

Este es el principio básico de las finanzas aplicado a los Flujos de Caja de Capital

Fórmula cuando $\psi = Kd$:

De (A23)

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCF_t + AI_t + (Ku_t - Kd_t)V_{t-1}^{AI}}{1 + Ku_t} \quad (A24)$$

Apéndice B

Ejemplo suponiendo que $\psi = Kd$. En la tabla B1 presentamos los datos de entrada para el ejemplo. Hemos supuesto los valores terminales iguales al ejemplo del cuerpo del trabajo.

Tabla B1. Datos de entradas para el ejemplo.

Año	0	1	2	3	4
FCD		23,5	13,7	14,4	18,0
AI		4,22	3,56	3,40	3,06
FCL		19,26	18,34	23,67	31,81
FCA = FCL + AI - FCD		0,00	8,18	12,64	16,88
VT para FCL					247,78
D	91,97	80,56	77,00	72,28	63,04
VT para P=VT FCL -D					184,74

Usando la ecuación (A11)

$$P_{t-1} = \frac{P_t + FCA_t - (Ku_t - Kd_t)(D_{t-1} - V_{t-1}^{AI})}{1 + Ku_t} \quad (A11)$$

En la tabla B2 calculamos el valor de mercado del patrimonio directamente con (A11)

Tabla B2. Cálculo del valor de mercado del patrimonio usando (A11)

Año	0	1	2	3	4
FCA		0,00	8,18	12,64	16,88
Kd		13,12%	12,61%	12,61%	12,10%
Ku		15,00%	14,46%	14,46%	13,92%
D	91,97	80,56	77,00	72,28	63,04
PV(AI @ Kd)	22,73	21,49	20,64	19,85	19,19
P	128,88	149,52	164,04	176,16	184,74
V = D+P	220,86	230,07	241,05	248,44	247,78

$$V_{t-1} = \frac{V_t + FCL_t + AI_t + (Ku_t - Kd_t)V_{t-1}^{AI}}{1 + Ku_t} \quad (A24)$$

La tabla B3 muestra el cálculo del valor de la firma usando directamente (A24).

Tabla B3. Cálculo del valor de la firma con (A24) y del patrimonio

Año	0	1	2	3	4
AI		4,22	3,56	3,40	3,06
FCL		19,26	18,34	23,67	31,81
Ku		15,00%	14,46%	14,46%	13,92%
V	220,86	230,07	241,05	248,44	247,78
D	91,97	80,56	77,00	72,28	63,04
P=V-D	128,88	149,52	164,04	176,16	184,74

Como se esperaba, los dos valores (para la firma y el patrimonio) son idénticos.

Usando eq. (A24)

Usando el WACC (eq. (A20b))

$$WACC_t = \frac{K_{u_t}(V_t + FCL_t) - (K_{u_t} - K_{d_t})V_{t-1}^{AI} - AI_t}{V_t + FCL_t + (K_{u_t} - K_{d_t})V_{t-1}^{AI} + AI_t} \quad (A20b)$$

Usando (A20b) y el FCL calculamos el valor de la firma y del patrimonio en la tabla B4.

Tabla B4. Cálculo el WACC y el valor de la firma

Año	0	1	2	3	4
AI		4,22	3,56	3,40	3,06
FCL		19,26	18,34	23,67	31,81
WACC		12,89%	12,74%	12,89%	12,54%
V	220,86	230,07	241,05	248,44	247,78
D	91,97	80,56	77,00	72,28	63,04
P=V-D	128,88	149,52	164,04	176,16	184,74

De nuevo, todos los valores coinciden. Como el APV es la manera más simple de calcular valores sin circularidad, mostramos este cálculo en la tabla B5. Como era de esperarse, todos los cálculos anteriores coinciden con el cálculo del APV.

Tabla B5. Usando el APV con $\psi = K_d$

Año	0	1	2	3	4
FCL		19,26	18,34	23,67	31,81
VT desapalancado para FCL					228,60
AI		4,22	3,56	3,40	3,06
VT de AI					19,19
VP(FCL a K_u)	198,13	208,59	220,41	228,60	228,60
VP(AI a K_d)	22,73	21,49	20,64	19,85	19,19
V	220,86	230,07	241,05	248,44	247,78
D	91,97	80,56	77,00	72,28	63,04
V-D	128,88	149,52	164,04	176,16	184,74