

Universidad Nacional de Salta
Instituto de Investigaciones Económicas
Reunión de Discusión N° 150
Fecha: 20/05/01
Hora: 16

ASPECTOS TEÓRICOS DEL INSUMO- PRODUCTO

Eduardo Antonelli

1. Introducción

La presente constituye la primera parte de un trabajo que intenta mostrar tres etapas de investigación sobre cuestiones de insumo-producto en Salta referidas a los años 1984, 1993 y 1997, llevadas a cabo entre 1991-1993, la primera, de 1997 a 1999 la segunda y entre 2000 y 2001 la tercera, mostrando en forma conjunta los principales resultados de cada uno de los emprendimientos realizados.

Para esos períodos, el autor ha trabajado fundamentalmente con el esquema *tradicional* del insumo-producto, sin profundizar excesivamente en él. No obstante, se piensa que es de rigor efectuar una base de apoyo analítico al trabajo empírico, toda vez que, en ausencia de tal soporte, podría interpretarse que las conclusiones no guardan relación con los *fundamentals* del análisis económico. Consecuentemente, se parte, en una primera etapa, de un análisis que procura dar sustento teórico al enfoque desagregado de la economía, para luego presentar el trabajo empírico.

El Insumo-Producto, como es sabido, nace con las investigaciones pioneras del economista ruso-norteamericano y Premio Nobel Wassily Leontief (1984). El análisis que aquí se efectúa toma, obviamente, el marco analítico de Leontief en lo sustancial, no obstante lo cual incorpora a la manera de un *dual* el vector de precios de la economía, además de detenerse en el análisis de la obtención de otros coeficientes técnicos, en particular, los correspondientes a la utilización del factor trabajo -las referencias bibliográficas principales son: Allen (1965), Pasinetti (1984), Sraffa (1966).

Se analizan dos situaciones correspondientes respectivamente a la que se presenta cuando todos los insumos se requieren y son requeridos para el proceso de producción, en cuyo caso el vector Z de producción incluye a todos los bienes y servicios producidos, y aquella en la que algunos bienes y/o servicios no son requeridos para el proceso de producción (típicamente los gubernamentales), situación en la que la actividad productiva correspondiente aparece por *fuera* de la matriz, con lo que existirán dos vectores productivos, Z_1 que indica los bienes y servicios que se producen sin la necesidad de los que componen el total de producción, y Z_2 que representa precisamente los bienes y servicios prescindibles en la producción de Z_1 .

No se ignora, naturalmente, que existe -sobre todo por parte de los trabajos de Sraffa y sus continuadores- un interés en contraponer su propio esquema conceptual a *la teoría económica*¹. El esquema analítico que aquí se propone, no obstante, no intenta terciar

¹ El libro de Sraffa que propone su marco de análisis desagregado se denomina: Producción de Mercancías por medio de Mercancías: *Preludio a una Crítica a la Teoría Económica* (Oikos-Tau Barcelona, 1966). El

en la controversia². Más modesta y específicamente en cambio, se intenta –como se decía al principio- dar apoyo analítico al trabajo empírico propio, dejando para otros investigadores la tarea de relacionar (en el supuesto que existiera alguna necesidad de hacerlo) esta presentación desagregada con el marco de análisis de tipo agregado característico de la macroeconomía, de la cual el modelo que acompaña estas líneas naturalmente forma parte³, o bien los vínculos o puntos de desencuentro con la microeconomía.

La presente Reunión de Discusión, por su parte, se ocupa solamente de los aspectos formales del caso de la economía sin gobierno, pero con la presencia de sector externo.

2. El Modelo cuando se Emplean Todos los Insumos en la Producción

Se analiza en primer lugar el caso en que todos los insumos (además de los factores de la producción) se emplean en el proceso productivo. A estos efectos puede considerarse, o bien que la economía no incluye el sector gobierno, o bien que éste produce bienes y servicios perfectamente divisibles en el sentido que cada sector de la economía puede manifestar su demanda por la producción del gobierno. Aquí se opta por la primera alternativa.

De acuerdo con este marco de análisis, el vector de producción comprende todos los bienes y servicios de la economía, el que se denomina sencillamente Z .

El conjunto de ecuaciones, es el siguiente:

$$(1) Z^d = AZ + Y_g$$

$$(2) Y_g = (Y_g)_o$$

$$(3) M = AZ$$

$$(4) N = BZ$$

$$(5) K = CZ$$

$$(6) J = DZ$$

$$(7) Z^s = Z$$

Aquí Z^d es un vector representativo de la demanda total de bienes y servicios tanto finales como intermedios de la economía, en tanto Z es uno que representa el conjunto del total de bienes y servicios producidos por la economía que se representa, al igual que la demanda

propio Leontief, *per contra*, no estaría de acuerdo con la interpretación *stalfiana* de los esquemas desagregados, toda vez que sus ideas se aproximan más bien a las visiones estándares de los economistas. Véase Leontief (1984).

² Controversia que, por otra parte, no tiene en la actualidad contendientes.

³ La tarea, por otra parte, no parece del todo complicada, toda vez que este trabajo llega a mostrar precisamente los grandes agregados de la economía partiendo precisamente de la mayor desagregación

total a través de un vector columna de orden $m \times 1$, supuesto que la economía produce m bienes y servicios durante un período de tiempo.

A es el conjunto de coeficientes técnicos –se la llama *matriz de coeficientes técnicos*– que muestran los requerimientos de insumos –definidos éstos (en el presente contexto) como los bienes y servicios (en adelante *bys*) *producidos por la economía*– que se necesitan para elaborar los bienes Z .

Y_g es el subconjunto de *bys finales* de la economía (siendo por supuesto el conjunto total el de *bys finales e intermedios*) que se denomina *demanda final*. La demanda final se representa a través de un vector columna de idéntico orden que la producción de bienes, esto es, $m \times 1$.

M es un vector de orden $m \times 1$ que representa los *bys intermedios* de la economía. Por su parte, N muestra el vector cuyos elementos son los distintos tipos de trabajo, de orden $n \times 1$, siendo B la matriz $n \times m$ de coeficientes de trabajo por unidad de producción. Análogamente, los vectores K y J muestran el total de capital (horas máquina y horas empresario) e insumos importados que emplea la economía, cuyos órdenes son, respectivamente: $k \times 1$ y $j \times 1$ a los que le corresponden, respectivamente las matrices C ($k \times m$) de insumos de capital por unidad de producto y D ($j \times m$) de requerimientos de componentes importados por unidad de producción.

El primer conjunto de ecuaciones constituye el esquema característico de Leontief que muestra que el total de *bys* de la economía está compuesto por la producción de *bys intermedios y finales* –ecuaciones (1) con los reemplazos de (7)– siendo dado el vector de demanda final –ecuaciones (2).

Los *bys* se producen con *bys* (insumos) –ecuaciones (3)– pero también con ayuda de factores de la producción: trabajo, capital (máquinas) y componentes importados – expresiones (4) a (6)– mostrándose los requerimientos de trabajo (N), capital (K) y componentes importados (J), respectivamente. *Obsérvese que todas las ecuaciones están indicadas en términos físicos.*

La ecuación (3) establece que el vector N se obtiene al multiplicar la matriz B de *elementos constantes* de requerimientos de trabajo por unidad de producción Z por este vector de *bys*. Esta matriz B no es necesariamente cuadrada, siendo sus dimensiones como se indicó, $n \times m$, ya que habrá en general n tipos de trabajo en la economía, lo que justifica lo anteriormente indicado sobre las dimensiones de $N(n \times 1)$. Obsérvese que cada elemento del vector de trabajo no establece cuánto trabajo de los diferentes tipos requiere cada

posible, con lo que parecería que simplemente hay que partir de las variables así propuestas, dividir las por un índice de precios y proponer las ecuaciones características de los modelos macroeconómicos.

actividad (cosa que no sería posible ya que no se pueden sumar tipos heterogéneos) sino el total de un mismo tipo de trabajo que requiere toda la economía.

Reflexiones similares caben para el capital y los requerimientos importados, siendo C y D matrices de elementos conocidos y de órdenes $k \times m$ y $j \times m$ respectivamente como se dijo. Las ecuaciones en las que aparecen muestran las utilizaciones de capital y componentes importados bajo las mismas consideraciones efectuadas con respecto al trabajo, indicando el vector K los requerimientos totales de horas-empresario y horas-máquinas, y el vector J los requerimientos de importaciones que son provistos por otras economías a la que se analiza.

Se cierra el conjunto de ecuaciones mostrando la condición de equilibrio entre la demanda y la producción.

Considerando, tal cual lo señalado, que las matrices A , B , C , y D están conformadas por elementos que son conocidos⁴, se tiene en el sistema (1)-(7) un total de $4m + n + k + j$ incógnitas: $3m$ en las tres primeras y m en la última; n en las ecuaciones (4); k en el grupo (5) y j en el grupo (6). Se tiene también que ésa es la cantidad de incógnitas: $4m$ correspondientes a las variables: Z^d , Z , Y_g y M ; n correspondientes a N ; k de K , y finalmente j para las variables J . Obsérvese que, tratándose de un esquema de álgebra matricial que está definido solamente para ecuaciones lineales, en tanto ninguna de las ecuaciones sea combinación lineal de las demás, el sistema tiene solución.

Se procede ahora a premultiplicar los sistemas de ecuaciones por el vector de precios correspondiente, esto es, el segundo y tercero por P que es el correspondiente a los bienes y servicios; el grupo (4) por W^* que es el vector de salarios, que se considera dado⁵; el (5) por P_k que es el precio, también conocido⁶, de los servicios de capital (el uso de máquinas y costo alternativo de los empresarios) y el grupo (6) por P_j que es el precio en moneda extranjera (dólares, por ejemplo) de los componentes importados que para la economía es un dato. No obstante, como el propósito es disponer de una valoración de estos componentes importados en moneda de la economía doméstica, se efectúa una nueva

⁴ De no ser así, los sistemas no serían *lineales* y —hasta donde el autor conoce— no existe un álgebra matricial *no-lineal*.

⁵ Puede considerarse conocido porque hay contratos que así lo estipulan, o bien por algún otro mecanismo de determinación de los salarios basado en el mercado.

⁶ Es razonable considerar que los precios de los servicios del capital se conozcan, en tanto el alquiler de las máquinas ya existentes se asocia con el valor histórico —cuando fueron producidas— y su vida útil, a la vez que el costo alternativo de los empresarios podría fijarse simplemente en lo que éstos pretenden ganar (su precio de reserva) que lo establecen ellos mismos.

multiplicación, esta vez por el tipo de cambio⁷ que se considera que lo establece el gobierno.

Se tiene entonces lo siguiente:

$$(8) PM = PAZ$$

$$(9) W^*N = W^*BZ$$

$$(10) P_KK = P_KCZ$$

$$(11) P_J P_H J = P_J P_H DZ$$

Donde P_H es un escalar, o bien una matriz $j \times j$. Obsérvese que cada una de las ecuaciones anteriores muestra *escalares*. Realizadas estas operaciones, es posible *sumar verticalmente* las ecuaciones⁸ del sistema (8)-(11), obteniéndose para una ecuación u -ésima de los segundos miembros (expandiendo la ecuación):

$$P_u Z_u = P_1 a_{1u} Z_u + P_2 a_{2u} Z_u + \dots + P_m a_{mu} Z_u + w_1^* b_{1u} Z_u + w_2^* b_{2u} Z_u + \dots + w_n^* b_{nu} Z_u + P_{k1u} k_{1u} Z_u + \dots + P_{kku} k_{ku} Z_u + P_{j1u} P_{Hj1u} Z_u + \dots + P_{jju} P_{Hjju} Z_u$$

En el primer miembro de esta ecuación genérica se ha *definido* el valor de la producción del bien o servicio u , que se escribe como el precio por la cantidad física. Como se aprecia, es posible dividir en ambos miembros por Z_u surgiendo así el precio de u . Genéricamente, el vector de precios de los bys resulta:

$$P = PA + W^*B + P_KC + P_J P_H D$$

Despejando P -pasando el primer término del segundo miembro al primero, sacando P factor común y posmultiplicando ambos miembros por $(I - A)^{-1}$ -

$$(12) P = [W^*B + P_KC + P_J P_H D][I - A]^{-1}$$

⁷ El tipo de cambio es un escalar, con lo que el orden en que se multiplique por éste es irrelevante. No obstante, si se estuviera ante *tipos de cambio múltiples* (uno que afecte a cada tipo de componente importado, por ejemplo), habría que premultiplicar primero por la *matriz* de tipos de cambio de orden $k \times k$, que será *diagonal*, porque hay un único tipo de cambio por cada tipo de componente. Obsérvese que lo que cuenta es cuántos pesos por dólar cuesta un componente, no qué actividad lo emplea.

⁸ La operación, previa a las premultiplicaciones indicadas, era imposible, porque los grupos eran heterogéneos entre sí, siéndolo además cada elemento de los vectores de cada uno de los grupos.

La expresión (12) indica que los precios de la economía dependen –dados los componentes técnicos por las matrices A , B , C y D - de los costos de los *factores* de la producción.

Por otra parte, en el grupo (1)-(2) con los reemplazos (7), se tiene:

$$Z = AZ + (Y_{g0})$$

Despejando Z :

$$(13) Z = (Y_{g0}) [I-A]^{-1}$$

Nótese que (13) –conocida relación del análisis de Leontief que señala cuál debe ser el valor del vector de producción cuando se tiene un nivel de demanda global tal como Y_{g0} - no agota la totalidad de requerimientos para la economía ante un valor de la demanda final, sino solamente (y en condiciones en que la producción y la demanda total sean iguales) los de bienes intermedios. Esto es así porque para producir Z no solo son necesarios *insumos*, sino también *factores* y éstos (por definición de factores de producción) *no son producidos por la economía*. Consecuentemente, ante un valor de la demanda final se presentan *dos etapas*: en la primera se establece el valor de la producción total de bys necesarios y en la segunda etapa, conocido Z vía las matrices A , B , C y D , se establecen los requerimientos de factores de la producción⁹.

3. El Insumo-Producto y la Contabilidad Nacional

El esquema de insumo-producto también es útil para mostrar las relaciones tradicionales de la contabilidad nacional que sostienen la equivalencia del ingreso medido a través de los métodos del valor agregado, ingreso de los factores y del gasto.

Si se suman las ecuaciones (8)-(11) y se define:

$$(14) PZ = PAZ + W^*BZ + P_kCZ + P_JDZ$$

Se tiene que el valor de la producción (vector de precios por vector de producción) está conformado por la suma de los insumos, la retribución al trabajo, al capital y a los factores externos (obsérvese que las matrices no están transpuestas y que cada término en cada miembro es un escalar).

⁹ Una discusión que no se aborda es cuán constantes son los elementos de las matrices de los factores, habida cuenta del progreso tecnológico, el simple *learning by doing*, etc.

Se proponen a continuación las definiciones siguientes (se reservan las cursivas para los vectores y matrices):

$$(15) Z^* = PZ$$

$$(16) Q = PZ - APZ$$

$$(17) W^* = W^*BZ$$

$$(18) \Pi^* = P_K CZ$$

$$(19) H^* = P_D P_H DZ$$

Vale decir, el *valor de la producción* Z^* en (15)- es el resultado de multiplicar el vector de precios por el decantidades para todos los bys.

El *producto* Q en (16)- es la diferencia entre el valor de la producción y el *valor de los insumos*, diferencia que también es conocida como *valor agregado*¹⁰.

Los *salarios* W^* en (17)- son el producto del vector de tasas de salario por la matriz de coeficientes de trabajo y por el vector de producción.

Los *beneficios* (brutos) Π^* , ecuación (18)- son el resultado de multiplicar el vector de precios de las horas de uso del capital, por la matriz de coeficientes técnicos y por el vector de producción.

Los *pagos a los factores externos* H^* en (19)- son el producto del vector de precios de origen de los componentes importados, por el tipo de cambio, por la matriz de insumos importados y por el vector de producción.

Sumando los segundos miembros de (17)-(19) y llamando a esa suma *ingreso* (simbolizado: Y^*) se tiene, de acuerdo con los primeros miembros de esas ecuaciones:

$$(20) Y^* = W^* + \Pi^* + H^*$$

Esto es, el ingreso bruto de la economía es la suma de salarios, beneficios y componentes importados. Obsérvese que el ingreso así obtenido es el ingreso *interno*, ya que corresponde a todo lo producido en la economía (empleando factores de la producción de la economía doméstica y de otras economías). Nótese por último que el ingreso es igual al producto tal cual lo indica la ecuación (14).

¹⁰ En realidad, el valor agregado es un *método* para obtener el producto, pero es tan socorrido que se han mimetizado el uno con el otro (como las hojas de afeitar con la marca más conocida que las comercializa).

Llamando ahora:

$$(21) Y_g^* = PY_g$$

Se tiene finalmente, volviendo a las ecuaciones (1) con los reemplazos (7) multiplicando ambos miembros por el vector de precios y teniendo en cuenta la ecuación (16):

$$(22) Y_g^* = Y^*$$

Esto es, el valor de la demanda final es igual al ingreso de la economía.

4. Conclusiones

El trabajo, como se anticipó en la Introducción, es parte de uno mayor, por lo que lo aquí planteado no inspira todavía conclusiones, señalándose simplemente que el insumo-producto que tiene una extensa aceptación internacional como herramienta de comprensión del funcionamiento de la macroeconomía en un planteamiento desagregado y eventualmente de pronósticos es susceptible de planteamiento formal, siendo importante la facilidad (desde la perspectiva conceptual) con que se transforma un *mapa* original de datos desagregados, en los grandes agregados utilizados en macroeconomía.

3. BIBLIOGRAFÍA

- Allen, RGD Economía Matemática. Ed. Aguilar, Madrid, España. 1965.
- Antonelli, E. "Matriz de Insumo-Producto de Salta, 1984". CASTAÑARES. Cuadernos del IIE (Instituto de Investigaciones Económicas de la UNSa). Nº 3. Diciembre de 1993.
- "Determinación de la Demanda Efectiva en un Modelo Desagregado". RD Nº 38 IIE. UNSa. Agosto 1988.
- "Determinación de la Demanda Efectiva en un Modelo Desagregado". Anales Asociación Argentina de Economía Política (AAEP). UNRosario. 1989.
- Antonelli, E. y Lorente, M. "Estimación de la Balanza Comercial de Salta 1993". CASTAÑARES. Cuadernos del IIE. Nº 8. Mayo de 1998.
- "Comercio Exterior e Insumo-Producto". Anales AAEP (Asociación Argentina de Economía Política). Universidad Nacional del Sur (Bahía Blanca). Nov. 1998.
- "Estimación de la Balanza de Pagos y de la Matriz de Insumo-Producto de Salta 1993". Cuadernos del GREDES (Grupo de Estudios Socio-Demográficos de Salta, UNSa.). Nº 33. Junio de 1999.
- Banco Central de la R.A. "Transacciones Intersectoriales de la Economía Argentina". Suplemento del Boletín Estadístico Nº 4. abril de 1964.
- "Matriz de Insumo-Producto de la Argentina 1973. Informe Metodológico". Tablas (inédito).
- "La Tabla Insumo-Producto". Serie de Trabajos Metodológicos y Sectoriales Nº 8. Autor: Manuel Alonso Olivera. Agosto de 1980.
- "El Aporte Estructural en el Análisis de la Matriz de Insumo-Producto". Serie de Trabajos Metodológicos y Sectoriales Nº 27. Autores: Manuel Alonso Olivera y Francisco Pascual Aprea. Enero de 1985.
- "El Tratamiento de la Producción Secundaria de la Matriz de Insumo-Producto". Serie de Estudios

- Metodológicos y Sectoriales Nº 28. Autor: Francisco Pascual Aprea. Setiembre de 1985.
- Chiang, A. Métodos Fundamentales de Economía Matemática. 3ª Edición. Mc Graw Hill, Madrid, 1994.
- Fontenla, E. Y Pulido, A. Análisis Input-Output. Modelos, Datos, Aplicaciones. Editorial Pirámide. Madrid, España. 1993.
- INDEC "Matriz de Insumo-Producto de la Argentina 1997". Tablas y Aspectos Metodológicos (inédito; reproducido con autorización del INDEC).
- "Matriz de Insumo-Producto 1997". Exposición del Dr. Jacobo Ryten, Noviembre 1997.
- "Comprendiendo la MIP. Abril de 1998."
- Leontief, W. Ensayos sobre Economía. Ed. Ariel (Demos). Narcelona, 1980.
- Análisis Económico Input-Output. Ediciones Hyspamérica. Madrid, España, 1984.
- Monteverde, E.H. Conceptos e Interpretación de las Cuentas Nacionales. Ediciones Macchi. Buenos Aires, Argentina. 1994.
- Pasinetti, L. Lecciones sobre Teoría de la Producción. Fondo de Cultura Económica, México, 1984.
- Cambio Estructural y Crecimiento Económico. Ediciones Pirámide. Madrid, España. 1985.
- Aportaciones a la Teoría de la Producción Conjunta. FCE, México, 1986.
- Sraffa, P. Producción de Mercancías por Medio de Mercancías. Ed. Oikos-Tau, Barcelona, España, 1966.

Universidad Nacional de Salta
 Facultad de Ciencias Económicas,
 Jurídicas y Sociales
 Instituto de Investigaciones Económicas

REUNIONES DE DISCUSIÓN

<u>Nº</u>	<u>Fecha</u>	<u>Autor</u>	<u>Título</u>
141	08/06/00	Eduardo Antonelli	Aspectos Macroeconómicos del Desempleo.
142	21/06/00	Eduardo Antonelli	Déficit fiscal: Axiomas y Tabúes
143	28/06/00	Vicente Rocha y H. Andías	"Fortalecimiento de las finanzas Municipales. el Autoevaluó".
144	26/07/00	Eusebio c. del Rey	"La Transformación Box-Cox: Una Nota".
145	09/08/00	E. Antonelli y E. Martínez	"Una Modelización de la Convertibilidad en la Argentina y "del Sistema Económico Anterior".
146	01/11/00	Jorge A. Paz	"La Brecha de Ingresos entre Cónyuges en Vísperas de la Estimación".
147	06/12/00	E.C. del Rey y M. Renta D.	"Rendimiento Académico de los Egresados de la Carrera de Contador Público".
148	04/04/01	Eduardo Antonelli	"Una Nota sobre la Oferta Agregada".
149	02/05/01	Eduardo Antonelli	"Evaluación Encuesta Economía I"
150	30/05/01	Eduardo Antonelli	"Aspectos Teóricos del Insumo-Producto".