UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA
DEPARTAMENTO DE CIENCIAS ECONOMICAS,
JURIDICAS Y SOCIALES
AREA DE ECONOMIA
REUNION DE DISCUSION N°4
FECHA: 12 de Diciembre de 1980
HORAS: 16,30

OBSERVACIONES AL METODO DE ACTUALIZACION EN LA EVALUACION DE PROYECTOS.

Eusebio Cleto del Rey

1 - Momento en el que tienen lugar los flujos.

La fórmula que comunmente se utiliza para actualizar los beneficios netos (o, en su caso, los costos y beneficios brutos por separado) de un proyecto de inversión es:

$$V = \sum_{t=0}^{n} \frac{N_t}{(1+r)^t} \qquad (1)$$

Donde: V es el valor actualizado de los beneficios netos; t denota tiempo; n es el número de períodos (años) de vida útil del proyecto; N_t es / el beneficio neto correspondiente al período (año) t; r es la tasa de actualización utilizada.

Esta fórmula es perfectamente correcta si se cumplen los siguientes supuestos: a) El primer ingreso o beneficio neto -generalmente negativo, pues se trata del importe pagado por el activo a adquirir, o de parte de ese importe- se produce en el momento 0 (cero), o sea en el punto del tiempo en el que se inicia la medición de t; b) Los otros beneficios ocurren al final de cada año. 1/

1/ Fontaine, por ejemplo, tiene mucho cuidado en especificar este supuesto. Véase: FONTAINE, Ernesto R.: Un Curso sobre la Evaluación Privada y Social de Proyectos, Banco Internacional de Reconstrucción y Fomento, 1967, mimeo, "Principios Generales para la Evaluación de Proyectos".

Tomemos el caso del otorgamiento de un préstamo en el momento 0, que es aquel en el que el prestamista desembolsa el monto prestado (la suma invertida), adquiriendo así el derecho a recibir el interés pactado al final de los años 1, 2, 3,..., (n-1), y ese interés mas el capital al final del año n. Cumplense aquí estrictamente los dos supuestos arriba señalados, y la fórmula (1) resulta aplicable sin error. Existen muchas otras inversiones de carácter financiero con similares esquemas de ingresos netos, para las que esa fórmula es correcta o suficientemente aproximada.

En los proyectos de inversión consistentes en la adquisición de un bien de capital o de un conjunto de bienes de capital -por ejemplo: Un vehículo, un edificio, una fábrica, una carretera, etc.- , el supuesto b) generalmente no se cumple, mientras que el a) puede cumplirse o no. / Centraremos ahora nuestra atención en el supuesto b), dejando el a) para tratarlo en el punto 2 de esta nota.

Lo que normalmente ocurre en los proyectos del tipo de los mencionados en el párrafo anterior, es que los beneficios netos se producen de algún modo a lo largo del tiempo; más específicamente, a lo largo de la unidad de tiempo elegida, y no al final de la misma. Tal fenómeno es aproximadamente descripto considerando que N_t es una función continua // del tiempo y, si las reinversiones (u obtenciones de préstamos, en su caso) son simultáneas con la obtención del beneficio neto, en tal caso la fórmula que corresponde utilizar es:

$$V = \int_0^n N_t \, e^{-tr} \, dt \qquad (2)$$

Donde: e es la base de los logaritmos naturales; dt simboliza diferencial del tiempo, y los otros símbolos son los mismos que en la fórmula ante-// rior.

En la práctica, la fórmula (2) resulta inaplicable por las si-/ guientes razones:

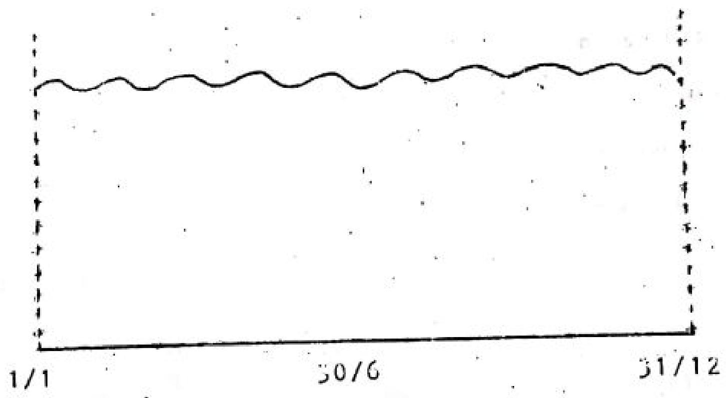
1 - N_t no es, salvo en algunos casos especiales, una función suave y sencilla en su relación con t, y, por lo tanto, no resulta matemáticamente manejable.

2 - La reinversión (u obtención de préstamos) no tiene lugar simultaneamente con la percepción del beneficio (o el pago del costo), sino que media un cierto tiempo entre esos hechos.

3 - En la actividad financiera corriente no se utiliza la capitalización continua.

El arbitrio al que se recurre para manejar esa situación es dividir el tiempo en unidades (generalmente en años), y acumular el flujo de beneficios netos, ocurridos dentro de cada unidad, en una sola cifra. Con ello se obtienen cantidades discretas de beneficios netos, que son / asignadas al momento final de cada unidad de tiempo, y se aplica a ellas la fórmula (1), como si el supuesto b) se cumpliera. Se obtiene así una aproximación a (2), que es posible mejorar a bajo costo, según demostraremos a continuación.

Sea la unidad de tiempo el año. Tomemos uno determinado, el año t, y consideremos el gráfico que le corresponde:



El flujo de beneficios netos ocurre en forma contínua, entre el primero de Enero (1/1) y el treinta y uno de Diciembre (31/12) del año t. Ello se representa en el gráfico por la línea ondulada. Lo que se considera beneficio neto del año t, a los fines prácticos, es la superficie comprendida entre las rectas verticales trazadas sobre las fechas mencionadas, la línea ondulada y el eje horizontal.

La aplicación de la fórmula (1), de acuerdo al supuesto b), asigna toda esa superficie al final del día 31/12/t, y la lleva luego hasta el momento cero mediante la actualización sobre t años. Para mayor claridad de nuestra exposición, podemos separar este último proceso en dos operaciones:

1) Actualización de la mencionada superficie por un año, desde el //// 31/12/t hasta el 1°/1/t; 2) Actualización de lo obtenido en 1) por ///. (t-1) años, o sea desde el 1°/1/t hasta el momento cero. Formalmente se ría:

$$\frac{N_t}{(1+r)^t} = \frac{N_t}{(1+r)} \cdot \frac{1}{(1+r)^{t-1}} \qquad (3)$$

Lo que nos interesa considerar es la primera operación, o sea el factor $\frac{N_t}{(1+r)}$ de la fórmula (3). Téngase en cuenta que N_t denota toda la superficie antes especificada y que, por lo tanto, comprende beneficios obtenidos durante el día 31/12, para los que la actualización por un año, en esta primera operación, es aproximadamente correcta, pero // también incluye beneficios producidos en el día 1°/1 y en todos los // otros días del año, a los que se estaría actualizando mas de lo debido. Así por ejemplo, lo que corresponde al primer día es actualizado por / un año, para llevarlo hasta el mismo día en que se ha producido, siendo el error cometido de aproximadamente un año, en ese caso. 2/

Si los beneficios ocurren, a lo largo de la unidad de tiempo t, en forma simétrica respecto al punto medio de esa unidad (30/6), el /// error promedio que se comete al utilizar la fórmula (1) es de medio año. En tal caso la fórmula correcta es:

$$V = \sum_{t=1}^{n} \frac{N_t}{(1+r)^{t-1/2}} \qquad (4)$$

Ello implica asignar todo el flujo ocurrido a lo largo del año al punto medio de esa unidad, o sea al final del día 30/6.

No siendo perfecta, pero si aproximada, la simetría de los beneficios alrededor de ese punto medio, la fórmula (4) no sería exacta, pero cometería un error menor que la (1). Sólo en un caso tan asimétrico como el supuesto en b), donde todos los beneficios ocurren simultáneamente a fin del año, exacta o aproximadamente, la fórmula (4) sería más errónea que la (1), y convendría usar ésta última.

2/ La palabra "aproximadamente" se usa, en este párrafo, porque el día es una unidad finita de tiempo y no un infinitésimo.

2 - Reflexiones Sobre el Año Cero.

Consideremos ahora el supuesto a) de la sección 1: Este supuesto se cumple estrictamente cuando el desembolso inicial, o gran parte de él, se lleva a cabo en el momento mismo en que se toma la decisión de invertir. En otros casos se cumple con cierto grado de aproximación. Mencionaremos, como ejemplos la compra de un bono y la adquisición, al contado inmediato, de un bien de capital. Por el contrario, este supuesto es violado cuando el desembolso inicial -o el ingreso inicial, cualquiera sea su signo- se produce a lo largo de uno o más años, u otra unidad de tiempo que su hubiera elegido. Como ejemplos de este caso podemos mencionar la construcción de un edificio, de una carretera, de un dique, etc.

Veamos primero este último caso. Si desde el momento en que se decide invertir, y a lo largo del primer año, van fluyendo los costos de capital, ellos deben ser asignados al punto medio del año ; y carece de sentido hablar de un "año cero". En efecto, cero corresponde a un punto en el eje que representa el tiempo, y no a una unidad de éste. Tal punto es aquel en el que se toma decisión de invertir o no. Si trabajamos con la unidad año-calendario, cero corresponde exactamente a la hora cero del 1°/1 del año uno. Gráficamente:

```
______Año -1____Año  1____Año  2____
                0
```

En tal caso corresponde aplicar la fórmula (4), si el supuesto de simetría se cumple, por lo menos con cierta aproximación.

Pasando al caso en que se cumple el supuesto a), veamos el caso en que también lo hace b), En este caso los beneficios netos ocurren en puntos exactos del tiempo y, como ya elijimos, la fórmula de cálculo es (1). Adquirimos y pagamos un bono en el punto cero, un año después, al finalizar el / año 1, recibimos los primeros intereses, etc.

Resta considerar el caso combinado: Adquirimos de contado un bién de capital en el momento cero, y él nos reporta beneficios a lo largo del primero, segundo, etc. años. Esto nos obliga a corregir nuestra fórmula (4), la cual toma la forma que podemos ver en (5). Sea N_c la suma desembolsada en el punto cero, con signo negativo. Entonces:

$$V = N_c + \sum_{t=1}^{n} \frac{N_t}{(1+r)^{t-1/2}} \qquad (5)$$

Si pensamos en la posibilidad de que antes de cero ya se haya incurrido en costos recuperables, con miras al / proyecto, podría agregarse un tercer sumando a (5), que tome en cuenta la capitalización de esos costos hasta cero. Al calcular tal capitalización se debe recordar que los flujos se asignan al punto medio del año, bajo el supuesto de simetría. Otro modo de manejar este asunto es incluir la capitalización de esos costos en N_c, y trabajar directamente con (5). Nótese que, si los costos pasados no son recuperables, no tienen influencia alguna en la decisión a tomar en el / punto cero, y, consecuentemente, no deben ser tenidos en / cuenta.

3 - Ejemplo Numérico.

A fin de comparar los resultados que se obtienen con las fórmulas (1), (2) y (5), en un caso particular con perfecta simetría, utilizaremos el siguiente ejemplo: Sea un proyecto que consiste en desembolsar una dada cantidad de dinero exactamente en el momento cero, la cual, con signo menos, es N_c, a fin de tener derecho a un flujo de beneficios netos contínuo y uniforme a través del tiempo, de / modo tal que:

$$\frac{d\,N_t}{d\,t} = 0 \qquad (6)$$

Para un caso como éste, a la fórmula (2) se le debe agregar el sumando N_0, pues esa fórmula no tiene en cuenta ese desembolso, ocurrido en un punto del tiempo. Matemáticamente, a N_0 se la puede considerar como constante de integración, en este caso.

Tanto en (1), como en (2) o como en (5), N_0 es un sumando sin actualización, y, por lo tanto, idéntico en los tres casos. Ello nos permite eliminarlo, a los fines de la comparación propuesta. Dicho de otro modo, procederemos a/ comparar el valor actual de los beneficios futuros netos, computado con las tres fórmulas mencionadas, bajo el supuesto de que se trata de un mismo proyecto en los tres casos, y, por lo tanto que implican una idéntica inversión inicial. Eliminado N_0 de nuestros cálculos, la fórmula (1) pierde su primer sumando, que corresponde a t=0; la fórmula (2) vuelve a su forma original, sin constante de integración, y la fórmula (5) queda reducida a la fórmula (4).

Necesitamos, además, los siguientes supuestos y datos: Se cumplen las condiciones estrictas para la aplica-/ción de la expresión (2); y

$r = 0{,}10 \qquad n = 4$

Puesto que N_t es constante, será 3/:

$$V_2 = \int_0^n N_t\, e^{-rt} dt = N_t \int_0^n e^{-rt} dt = \frac{N_t}{r}\,(1 - e^{-rn}) \qquad (7)$$

En nuestro caso:

$$V_2 = \frac{N_t}{0{,}10}\,(1 - e^{-0{,}4}) = 3{,}2967996\; N_t \qquad (8)$$

3/Véase: ALLEN, R.G.D.: Mathematical Analysis for Economists (London, Macmillan & Co., 1962), pág. 402.

El subíndice 2 en V indica que se utilizó la expre-// sión (2). Similar sentido tiene ese subíndice en las siguientes fórmulas.

Nótese que, si consideramos los beneficios netos [illegible] / [illegible], obtenemos N_t, y que [illegible] iguales en todos los años de vida útil del proyecto.

Aplicando la fórmula (1) obtenemos:

$$V_1 = \sum_{t=1}^{4} \frac{N_t}{(1,10)^t} = N_t \sum_{t=1}^{4} \frac{1}{(1,10)^t} = 3,1698654\, N_t \qquad (9)$$

Aplicando la expresión (4) obtenemos:

$$V_4 = \sum_{t=1}^{4} \frac{N_t}{(1,10)^{t-1/2}} = N_t \sum_{t=1}^{4} \frac{1}{(1,10)^{t-1/2}} = 3,3245830\, N_t \qquad (10)$$

Bajo los supuestos de este ejercicio la fórmula (2) es una aplicación estricta y, por lo tanto, V_2 es exacto. Comparamos, pues, los resultados de (9) y (10) con el de (8):

$$\frac{V_1}{V_2} = 0,9615$$

$$\frac{V_4}{V_2} = 1,0084 \qquad (11)$$

Lo obtenido en (11) indica que, en este caso de flujo continuo de los beneficios netos y de perfecta simetría, la / fórmula (1) implica una subestimación, del valor actualizado, del 3,85%, en tanto que la fórmula (4) sobreestima a V_2 en sólo un 0,8%. Esta última es, por lo tanto, notablemente más // precisa.

[illegible]

Documentos de Discusión

N°	Fecha	Autor	Título
1	[illegible]	Eusebio Cleto del Rey	Distribución de los Porcentajes [illegible]
2	[illegible]	[illegible] III	[illegible]
3	[illegible]	[illegible]	Metodología para el Cálculo de la Prima en los Seguros Elementales.
4	12/12/[illegible]	Eusebio Cleto del Rey	Observaciones al Método de Actualización en la Evaluación de Proyectos.