Archivo

/

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA

Facultad de Ciencias Económicas

Area de Economía

Reunión de Discusión N° 37

Fecha: 6-4-88

Hora: 16 00

EL EQUILIBRIO ECONOMICO

GENERAL: III

Eduardo Antonelli

I N D I C E

1. Introducción

El presente trabajo intenta aportar elementos aclaratorios sobre los modelos de equilibrio general (MEG), en puntos que, en opinión del autor, se prestan a confusiones o a interpretaciones ambiguas, tales como los conceptos de: numerario, precios absolutos y relativos, y bienes monetarios y reales principalmente.

A diferencia de anteriores presentaciones 1/, aquí no se hace hincapié en los aspectos que distinguen los MEG walrasianos, de aquéllos que el autor denomina "Keynesianos" 2/. La preocupación, por el contrario, se centra en la forma en que debe interpretarse la solución de precios que obtienen los MEG walrasianos, y a las condiciones bajo las cuales son alcanzadas dichas soluciones.

Se demuestra que, bajo ciertas circunstancias, los MEG walrasianos obtienen soluciones las cuales resultan en precios en dinero; sin embargo, tales soluciones traen aparejadas inconsistencias insalvables. Alternativamente, y bajo otro conjunto de circunstancias que intentan superar tales inconsistencias, no es posible obtener soluciones, ya que el modelo resulta indeterminado.

El modelo puede, no obstante resolverse, flexibilizándolo por vía de la explicitación de Ahorros y Beneficios, con lo cual se evita la redundancia de una ecuación, y se hace, en consecuencia, determinado el modelo.

Interesa puntualizar, que la solución alcanzada no altera la condición "walrasiana" del modelo, ni modifica sus conclusiones. Por otra parte, es posible también -mutatis mutandis- proponer un MEG con estructura similar, aunque partiendo de premisas ad-hoc 4/, y construir, a partir del mismo un modelo Keynesiano de equilibrio general, cosa que será cometido de un pró ximo trabajo.

2. Discusión de Aspectos Metodológicos

a) Los Precios y el Numerario

En los modelos de equilibrio general, los precios de los bienes se han de expresar en términos de algo 5/: australes, sal, u otro bien cualquiera que resulte apropiado 6/. Lo que se elija con tal propósito, se denomina *numerario*, y los bienes de la economía, se expresan en términos del mismo.

El operador por medio del cual, un bien cualquiera se transforma en unidades del numerario, se llama en Economía *precio*, y por este motivo los precios resultan una *relación* de cambio entre los bienes y el numerario.

Si en una economía se producen m bienes, y uno de ellos se elige como numerario 7/, es necesario determinar esos m bienes, pero sólo m - 1 precios, ya que, por la definición de precio, éste es una relación de cambio, y aplicada la definición al propio numerario, su precio necesariamente es la unidad: $P_m = 1$.

b) Bienes Reales y Monetarios. Precios Relativos y Absolutos

En Economía es importante marcar la diferencia entre los bienes que son objeto de transacciones (automóviles, alimentos) de aquél que sirve tradicionalmente de medio de cambio para hacer efectivas esas transacciones (australes, dólares); a los primeros se les llama bienes reales, y a los últimos, bienes *monetarios*.

Cuando se hace referencia a un precio, lo más común es que éste denote una relación de cambio entre un bien monetario y uno real, en tal caso se dice que aquél es un precio *absoluto*; si, en cambio se comparan (dividiendo entre sí) los precios absolutos de dos bienes, se dice que se tiene un precio *relativo*. Cuando los precios de todos los bienes son absolutos, esto es equivalente a afirmar que los precios están expresados en términos de un bien monetario; si todos los precios absolutos están divididos por el precio absoluto de uno de los bienes, esto es lo mismo que proponer que los precios están expresados o medidos en unidades del bien por el cual se dividieron los restantes precios; si el divisor es la sal, todos los precios se miden en sal.

Otra forma de hacer alusión a los precios absolutos, es escribir el conjunto: $\left\{P_1 \; P_2 \; \ldots \; P_{m-1} \; 1\right\}$- siendo m el bien monetario y los m-1 restantes, bienes reales. Naturalmente, se sabe que es: $P_m = 1$ -; los precios relativos, por su parte, resultan, en términos del bien m-1:

$$\left\{\frac{P_1}{P_{m-1}} \quad \frac{P_2}{P_{m-1}} \quad \ldots \frac{P_{m-2}}{P_{m-1}}\,,\; 1\right\} \text{ ya que } \frac{P_{m-1}}{P_{m-1}} = 1.$$

Si m-1 es la sal, entonces P_1/P_{m-1}, P_2/P_{m-1}, etc. se expresarán en unidades de sal, lo que equivale a un cambio de numerario por unidad del bien 1, 2, etc., ya que estando indicados P_1, P_2, etc. en unidades monetarias por unidad de 1, 2, etc. el cociente en el caso del bien 1 resulta:

$$\frac{P_1}{P_{m-1}} = \frac{\text{unidades monetarias / unidad de 1}}{\text{unidades monetarias / unidad de sal}} = \frac{\text{unidades de sal}}{\text{unidad de 1}}$$

No es correcto afirmar que un precio relativo es una relación de cambio, y que un precio absoluto no lo es: ambos vinculan un numerario con un bien, en un caso (precio absoluto) el numerario es el dinero y en el otro (precio relativo) es la sal. (La propia denominación de "absolutos" y "relativos", desde luego, no es feliz, ya que ambos pueden ser absolutos, si lo que se quiere remarcar, es que hacen referencia al numerario en que se los expresa, o los dos relativos, en cuanto a relación de cambio).

c) El Planteo Formal de los Modelos Walrasianos

. Formulación Matemática Original

Los MEG walrasianos [8/] se plantean formalmente, del siguiente modo (para el caso de intercambio puro):

(1) $\Omega_i = U_i + \lambda_i \sum_{j=1}^{m} (\bar{Z}_{ij} - Z_{ij})$

(2) $U_i = U_i\ (Z_{ij})$

(3) $\dfrac{\delta\ \Omega_i}{\delta Z_{ij}} = \dfrac{\delta U_i}{\delta Z_{ij}} - \lambda_i P_j = 0$

(4) $\dfrac{\gamma\ \Omega_i}{\delta \lambda_i} = \sum_{j} P_j\ (\bar{Z}_{ij} - Z_{ij})$

(5) $Z^j = \sum_{i=1}^{n} \bar{Z}_{ij}$

(6) $Z_j = \sum_{i} Z_{ij}$

(7) $Z^j = Z_j$

Los símbolos significan lo siguiente:

Ω_i : función lagrangiana para el individuo i (i = 1, 2, ..., n). Ω se expresa en las unidades en que mide la utilidad cada individuo.

U_i : función de utilidad. U se mide en las unidades de Ω.

λ_i : utilidad marginal del numerario, en unidades de utilidad de cada individuo, por unidad del numerario (UN).

P_j : precios de los bienes, en UN/unidad del bien (j = 1, 2, ..., m).

$\bar{Z}_{ij}$: cantidades de los bienes de que disponen antes del intercambio los individuos (son datos, naturalmente). Se miden en las unidades de los bienes 1, 2, etc.

Z_{ij} : cantidades demandadas en unidades de 1, 2, etc.

Z^j : oferta total de cada bien.

Z_j : demanda total de cada bien.

La cantidad de ecuaciones e incógnitas es:

Ecuaciones		Incógnitas	
(1):	n	Ω_i :	n
(2):	n	U_i :	n
(3):	mn	λ_i :	n
(4):	n	P_j :	m
(5):	m	Z_{ij} :	mn
(6):	m	Z^j :	m
(7):	m	Z_j :	m
	3m+3n+mn		3m+3n+mn

El modelo exhibe 3m+3n+mn ecuaciones, que es también el número de incógnitas. Una de las ecuaciones sin embargo, no es independiente de las demás 9/ con lo que puede eliminarse, lo que reduce en una el número de ecuaciones, no obstante, ya se ha dicho que:

(8) $P_m = 1$

puesto que m es el numerario, con lo que el modelo es, en definitiva determinado.

Interpretación de las Soluciones y Alternativas

. El modelo, tal como se lo presentó en el punto anterior permite obtener las cantidades y precios que aparecen como incógnitas. Los precios, por su parte, son precios "absolutos" 10/ toda vez que no han sido obtenidos como cociente de dos de ellos; esto es, el modelo se resuelve para los m-1 precios distintos del numerario (P_m = 1 se conoce por definición).

. En Teoría Económica es común la afirmación de que un MEG *no puede determinar precios absolutos*, atento al hecho de que para m bienes hay m-1 precios. Evidentemente, esto no es correcto, ya que el hecho de que se hable de precios "absolutos" o "relativos" no afecta la definición de precio como relación entre el numerario y los bienes; cuál sea el numerario, no hace al caso, por cuanto siempre habrá un precio menos que los bienes, dado que el cambio del bien-numerario por sí mismo es la unidad, independientemente del numerario que se elija (si se elige el bien m-1, hay m-2 precios a determinar $\left\{\frac{P_1}{P_{m-1}}, \frac{P_2}{P_{m-1}} \cdots \frac{P_{m-3}}{P_{m-1}}, 1\right\}$).

. Un problema que acarrea el modelo propuesto en c), tal como se lo presenta, es que, al incluir el numerario en la función de utilidad y de restricción presupuestaria, aparecen confusiones y contradicciones, debido a la condición del numerario de ser equivalente de valor de los demás bienes 11/

. Una formulación alternativa 12/ que sortea las dificultades anteriores propone que en el MEG hay m bienes reales, y m precios referidos a un bien m+1, que puede o no tener características monetarias. El modelo formal, sería:

$$(1) \quad \Omega_i = U_i + \lambda_i \sum_{j=1}^{m} P_j \, (\bar{Z}_{ij} - Z_{ij})$$

$$(2) \quad U_i = U_i \, (Z_{ij})$$

$$(3) \quad \frac{\delta \, \Omega_i}{\delta Z_{ij}} = \frac{\Omega U_i}{\delta Z_{ij}} - \lambda_i P_j = 0$$

$$(4) \quad \frac{\delta \, \Omega_i}{\delta \lambda_i} = \sum_j P_j \, (\bar{Z}_{ij} - Z_{ij}) = 0$$

$$(5) \quad Z^j = \sum_{i=1}^{n} \bar{Z}_{ij}$$

(6) $Z_j = \sum_i Z_{ij}$

(7) $Z^j = Z_j$

El modelo tiene la misma estructura formal que el del punto c), solo que ahora los P_j no se miden en términos de uno de los j bienes, sino en unidades de un bien distinto de los m existentes y que resulta el m+1 13/. Como antes, hay 3m+3n+mn ecuaciones, y esa cantidad, asimismo, de incógnitas; como en c), también, hay una ecuación redundante. No obstante, en este caso el modelo no se puede resolver, ya que si se agrega la ecuación:

(8) $P_{m+1} = 1$

el modelo incorpora una ecuación más, pero también una incógnita adicional (P_{m+1}).

Un MEG así planteado, no se enfrenta a las dificultades observadas en el del punto c), pero no se puede resolver 14/.

. Un MEG walrasiano puede resolverse, a condición de que se flexibilice su formulación, de modo que no se exija a *priori* que la totalidad del ingreso se gaste en los bienes (ahorro nulo). A su vez, no hay por qué limitar el el modelo a uno de mero cambio, con lo que el ingreso de los particulares se obtiene, no ya de la venta de los mismos bienes a ser adquiridos, sino de la venta de factores, los que, conservando la idea walrasiana, pueden suponerse fijos 15/ 16/. El modelo, entonces, resulta del modo siguiente:

(1) $\Omega_i = U_i + \lambda_i \; (C_i^* - \sum_j P_j \; Z_{ij})$

(2) $U_i = U_i \; (Z_{ij})$

(3) $\frac{\delta \; \Omega_i}{\delta Z_{ij}} = \frac{\delta U_i}{\delta Z_{ij}} - \lambda_i \; P_j = 0$

(4) $\frac{\delta\ \Omega_i}{\delta \Omega_i} = C^*_i - \sum_j \ P_j z_{ij} = 0$

(5) $\Phi_{Sj} = z_{Sj} + \ {}_{Sj}\ (I^*_{Sj} - \sum_K w^*_k N_{Sjk}$ $\qquad S = 1, 2, \ldots, l$

$\qquad k = 1, 2, \ldots, t$

(6) $z_{Sj} = z_{Sj}\ (N_{Sjk})$

(7) $\frac{\delta \Phi_{Sj}}{\delta N_{Sjk}} = \frac{\delta z_{Sj}}{\delta N_{Sjk}} - \partial_{Sj}\ w^*_k = 0$

(8) $\frac{\delta \Phi_{Sj}}{\delta \partial_{Sj}} = I^*_{Sj} - \sum_k w^*_k N_{Sjk} = 0$

(9) $N^k = \sum_i \bar{N}_{ik}$

(10) $N_k = \sum_S \sum_j N_{Sjk}$

(11) $N^k = N_k$

(12) $z^j = \sum_S z_{Sj}$

(13) $Z_j = \sum_i z_{ij}$

(14) $z^j = Z_j$

Los nuevos símbolos tienen el siguiente significado:

C^*_i : suma disponible para gastar en bienes por los individuos. Consiste en un monto determinado, y se mide en UN/t (unidades monetarias, por unidad de tiempo).

Φ_{Sj} : funciones lagrangianas para las S empresas que producen los j bienes. Φ_{Sj} se mide en las mismas unidades que z_{Sj}.

z_{Sj}: los j bienes producidos por las S empresas, en las unidades en que se miden los j bienes, por unidad de tiempo.

δ_{Sj}: la inversa de los precios de los j bienes; si bien se asigna a cada empresa un multiplicador de Logrange distinto, estrictamente debería escribirse el mismo δ_j para todas las empresas, ya que éstas son tomadoras de precios.

w_k^* : los precios de los factores en UN por unidad de medida del factor.

N_{Sjk}: la demanda de factores de las empresas, en las unidades de medida de factores, por unidad de tiempo (UF/t).

N^k: oferta de factores,en UF/t.

N_k: demanda de factores, en UF/t.

El balance de ecuaciones e incógnitas, es:

	Ecuaciones	Incógnitas	
(1)	n	Ω_i	n
(2)	n	U_i	n
(3)	mn	λ_i	n
(4)	n	P_j	m
(5)	lm	z_{ij}	mn
(6)	lm	Φ_{Sj}	lm
(7)	lmt	z_{Sj}	lm
(8)	lm	δ_{Sj}	lm
(9)	t	w_k^*	t
(10)	t	N_{Sjk}	lmt
(11)	t	N^k	t
(12)	m	N_k	t
(13)	m	z^j	m

(14) $\dfrac{m}{3lm+3m+mn+lnt+3n+3t}$ $\qquad$ $\dfrac{Z_j \quad m}{3lm+3m+lmt+mn+3n+3t}$

El número de ecuaciones e incógnitas es el mismo, con lo que el modelo resulta determinado, no habiendo, en este caso, ninguna ecuación que sea combinación lineal de las demás.

Los precios -precios absolutos, toda vez que no resultan de un cociente entre dos de ellos- están referidos a un bien m+1, que, sin ninguna pérdida de generalidad, puede ser un bien ad-hoc, de carácter monetario; nada impide, desde luego que se trate de un bien real, como la sal, por ejemplo. La demanda por el numerario, será:

(15) $Z_{m+1} = \sum_j z_j^{m+1} = \sum P_j z^j$

Esta ecuación es la consecuencia de la definición de los precios.

(16) $P_j = \dfrac{z_j^{m+1}}{z^j}$

Nótese que en (15)-(16) se agregan m+1 ecuaciones, y esa cantidad de incógnitas: m z_j^{m+1} y 1 Z_{m+1}.

La oferta de numerario, por su parte, iguala la demanda:

(17) $z^{m+1} = Z_{m+1}$

3. Conclusiones

Se ha demostrado en el presente trabajo que un MEG walrasiano, en su presentación tradicional, o bien no tiene solución, o la que consigne conlleva inconsistencias, que tornan la solución hallada inviable. También quedó evidenciado que el intento de solución vía precios "relativos", no era correcto por cuanto el procedimiento no conseguía eliminar las incógnitas adiciona les, con lo que ese tipo de solución debía descartarse.

Los MEG walrasianos alcanzan no obstante una solución que obvia las críticas mencionadas por medio de una flexibilización que no exija que el ahorro y los beneficios sean nulos. Tal solución, no resulta en precios "relativos", sino absolutos, significando esto último que los precios determinados son los mismos que el problema plantea, y no un cociente entre el conjunto original, y uno de los precios de los bienes.

Esta solución aparece satisfactoria, no sólo porque proporciona una salida a una inconsistencia, sino también, porque otorga una respuesta específica a la naturaleza del problema, tal cual se lo plantea: esto es, determina un conjunto de precios $P_1\ P_2\ \ldots\ P_m$, habiéndose partido de un modelo que formula precisamente ésas incógnitas; y no un vector $\left\{\frac{P_1}{P_m}\ \frac{P_2}{P_m}\ \ldots\ \frac{P_{m-1}}{P_m}\right\}$, que no forma parte del problema original.

Por último, no es menos importante encontrar respuestas que contemplen el carácter fáctico de la Economía ¿Puede resultar satisfactorio descubrir que un modelo propone una economía que opera con *dos* numerarios? Sin duda, tal resultado no tiene ningún sentido práctico; no obstante no otra cosa resulta del conjunto $\left\{\frac{P_1}{P_m}\ \frac{P_2}{P_m}\ \ldots\ \frac{P_{m-1}}{P_m}\right\}$; aquí tanto el bien m+1, como el m constituirían numerarios de la hipotética economía que describiera un MEG que intentara resolverse vía precios "relativos".

4. Bibliografía

(1) Allen, R.G.D. "Economía Matemática"

(2) Antonelli, E. "El Equilibrio General II". UNSa. R.D. N° 32 Area Económica, FCE, junio 1987.

(3) ———— "Economía Postkeynesiana y Equilibrio Económico General" Anales de la XXII Reunión Anual AAEP, Cba., UNC Fac. Cs. Económicas, noviembre 1987.

(4) Bunge, M. "La Ciencia, su Método y su Filosofía". Siglo Veinte, Bs. As., 1977.

(5) ———— "Economía y Filosofía". Tecnos, Madrid, 1982.

(6) Dorfman, ; Samuelson, P.A. y Solow, R. "Programación Lineal y Análisis Económico". Aguilar, Madrid, 1972.

(7) Ferguson, C.E. "Teoría Microeconómica". FCE, México, 1971.

(8) Henderson, J.M. y Quandt, R.E. "Teoría Microeconómica". Ariel, Barcelona, 1972.

(9) Hicks, J. "Valor y Capital". FCE, México, 1976.

(10) Keynes, J.M. "Teoría General de la Ocupación, el Interés y el Dinero" FCE, México, 1974.

(11) Lange, O. "Teoría General de la Programación". Ariel, Barcelona, 1971.

(12) Sraffa, P. "Producción de Mercancías por medio de Mercancías". Oikos-Tau, Barcelona, 1976.

(13) Ward, B. ¿Qué le Ocurre a la Teoría Económica? Alianza, Madrid, 1983.

(14) Weintraub, R. "Teoría del Equilibrio General". McMillan - Vicens Vives. Barcelona, 1978.

5.- Notas

1/ (2) (3) en Bibliografía.

2/ (2) (3) En próximo trabajo, se propondrá un MEG en el que se clasifican los bienes en de Consumo y de Inversión, y se discute bajo qué condiciones se obtiene en la economía ahorros y beneficios distintos de cero. Estas consideraciones (aunque no son las únicas), más que si los precios son absolutos o relativos, cuentan a la hora de discernir entre un modelo walrasiano o keynesiano.

3/ Se puede demostrar que un MEG de estas características, obtiene $\Pi^* = -S^* = 0$; esto es no hay Ahorros ni Beneficios; no obstante, es éste un resultado del modelo, y no una información (ecuación) explícita del mismo; de allí que la solución propuesta conserve la naturaleza walrasiana del modelo.

4/ Precios, en lugar de cantidades dadas de factores, distinción entre bienes de Consumo y de Inversión.

5/ Esto es cierto, tanto si el MEG es walrasiano, como si es de otro tipo. El modelo de (12), por ejemplo en Bibliografía - también emplea un numerario.

6/ En todo el trabajo, el dinero (el bien ad-hoc - ₳, $, etc. - o cualquier otro bien que se emplee como tal) sólo cumple funciones de medio de cambio y unidad de cuenta.

7/ Puede aducirse que el numerario no es necesario producirlo. Aquí y para no complicar el razonamiento con problemas de flujos y stocks se sostiene que el bien-numerario es producido al igual que los demás bienes.

8/ Se sigue aquí la formulación de (1) (7) (9).

9/ Empleando (5)-(7) y todas las ecuaciones (4) excepto una cualquiera, puede obtenerse precisamente la que no se empleó.

10/ Véase el punto b).

11/ Así, en: $P_1\bar{Z}_{1i} + P_2\bar{Z}_{2i} + \dots + P_m\bar{Z}_{mi} = P_1Z_{1i} + P_2Z_{2i} + \dots + P_mZ_{mi}$ el primer miembro constituye el valor de los recursos del individuo i; empero el planteo es contradictorio; ¿para qué quiere i z_m, si no es para adquirir de los m-1 bienes restantes? Asimismo, la ecuación que resulta de derivar la función U, respecto a z_m ¿debe entenderse como una demanda de numerario, o por el bien como mercancía? Si se acepta el primer temperamento, se incurre en una duplicación.

12/ Por ejemplo (8) y (14).

13/ Desde luego, no tiene por fuerza que ser m+1, un bien monetario; los precios (véase el punto b) pueden estar referidos a cualquier bien, monetario, o no.

14/ El intento de resolverlo dividiendo el conjunto de ecuaciones (3), por una de ellas -la correspondiente al bien m, por ejemplo- no arroja resultados valederos; al contrario, lo torna al sistema más indeterminado aún, puesto que elimina una ecuación, pero ninguna incógnita. Dividir cada ecuación de (3), por una de ellas, no elimina λ_i porque dicha incógnita permanece en (1); del mismo modo, aunque se escriba: $p_1 = \frac{P_1}{P_m}$, y se disponga, en consecuencia de m-1 precios $p_1\ p_2 \dots p_{m-1}$ $p_m = \frac{P_m}{P_m} = 1$- no se ha resuelto el problema, ya que en (1) esa transformación no se puede hacer. La "solución" consiste en escribir directamente el sistema (3), como: (3 bis) $\frac{\delta U_i/\delta Z_{ij}}{\delta U_i/\delta Z_{im}} = \frac{P_j}{P_m}$ $\forall_j = 1, 2 \dots m-1$ prescindiendo de (1) es, naturalmente ilegítima, ya que deja de escribirse una ecuación que contiene dos incógnitas.

15/ Un MEG "keynesiano" consideraría fijos los *precios* de los factores, y no su cantidad. Véase (2) (3).

16/ Los MEG walrasianos incluyen la producción de bienes, si bien el tratamiento habitual (con funciones implícitas) no es feliz, al no distinguir precios (y cantidades) de bienes y factores. Véase (2) (3).

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA

FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS

AREA DE ECONOMIA

REUNION DE DISCUSION

No.	Fecha	Autor	Título
28	25.02.86	Estela Vázquez	"Los Ingresos del Estado Provincial"
29	21.08.86	Eduardo Antonelli	"Un Modelo Postkeynesiano de Equilibrio General"
30	13.10.86	Mario Boleda	"Evolución de la Urbanización en la Provincia de Salta, Argentina (1947-1980)
31	28.11.86	Jorge A. Paz	"Elementos para un Análisis Estructural del Empleo"
32	15.06.87	Eduardo Antonelli	"El Equilibrio Económico General II"
33	20.07.87	Sergio Lazarovich	"Evaluación Económica de la Construcción de vías para Bicicletas para la provincia de Salta"
34	20.08.87	Jorge A. Paz	"Intercambio Regional y Crecimiento Económico: Un Análisis Heterodoxo"
35	09.12.87	Eduardo Antonelli	"Un Modelo Postkeynesiano Dinámico"
36	09.03.88	Eduardo Antonelli	"Un Multiplicador de la Inversión en la Provincia de Salta: II"
37	06:04.88	Eduardo Antonelli	"El Equilibrio Económico General III"