

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS
AREA DE ECONOMIA

Reunión de Discusión N° 21

Fecha: 18 de junio de 1984

Horario: 17,30 hs.

C O N T A B I L I D A D N A C I O N A L

e

I N S U M O P R O D U C T O

Eduardo Antonelli

1. Introducción

El tema del análisis Insumo-producto, ha llenado numerosos libros y artículos, a partir de su aparición en la obra de Leontief: "La Estructura de la Economía Americana". Lo que aquí se va a señalar no es, consecuentemente, ninguna cosa novedosa, sino más bien un intento de sistematizar ciertos desarrollos, a veces dispersos, sobre el tema:

Los desarrollos que se mostrarán son los siguientes:

- La Tabla Insumo-Producto: se presenta un ejemplo numérico y posteriormente, se exhibe la misma tabla en forma algebraica. El propósito es ilustrar los flujos sectoriales (Demanda Intermedia y Final) y la formación de los precios y Producción Bruta (análisis vertical de la tabla).
- Ecuaciones del Modelo: consiste en el aspecto formal del Modelo de Insumo-Producto. Se analizan las ecuaciones e incógnitas intervinientes.
- Relaciones entre la Contabilidad Nacional y el Insumo Producto: se muestra la determinación de los resultados de las Cuentas Nacionales (a nivel de los agregados Producto, Ingreso y Demanda Global) mediante el Modelo-Leontief.
- Aplicaciones del Modelo: se ilustran dos casos de interés: el crecimiento económico y los aumentos en los precios.

2. Supuestos y Simbología

a) Supuestos

- * Existen dos bienes en la economía: acero y trigo. Este supuesto es provisorio y tiene como único propósito simplificar el número de ecuaciones a utilizar, ya

^{1/} El presente forma parte de un Trabajo de Investigación titulado "Modelo Sraffa-Leontief" que se desarrolla durante 1984, a través del Consejo de Investigación de la UNSa.

que tampoco se desea recurrir de buenas a primera a la notación matricial o a conjunto de n bienes. No obstante, más adelante sí se recurrirá a tal procedimiento - la notación matricial - lo que nos deja el camino expedito - en futuros trabajos - para analizar n bienes.

- * La economía es cerrada y no existe el sector gobierno. También aquí se advierte sobre el carácter transitorio de este supuesto, que será levantado oportunamente.
- * Con respecto a las formas de mercado, se propone aquí, en conformidad con la existencia de dos bienes, que son producidos en condiciones de monopolio, cada uno de ellos. Existe también un monopolio para la mano de obra, a cargo de los sindicatos. Como se sostiene asimismo que la mano de obra es homogénea, habrá un salario (en unidades monetarias) fijo determinado por los sindicatos, pero en cambio será único.
- * Se propone que existe una única tecnología, y que se está en ausencia de progreso técnico. Estas dos afirmaciones significan lo siguiente: que haya una sola tecnología quiere decir que no se conoce más que una forma de producir trigo, empleando mano de obra, trigo y acero, y también un solo método para elaborar el acero; lo anterior es equivalente a proponer que los coeficientes de producción son fijos. Por otra parte, la ausencia de progreso técnico se traduce en que jamás se incrementa la cantidad de trigo o acero que es posible obtener, con determinada utilización de mano de obra (o de cualquier otro insumo respecto del cual se establezca la comparación).
- * No existen "factores" de la producción; los bienes se producen con la ayuda de otros bienes y mano de obra ^{3/}. No obstante hay dos insumos - aparte del trabajo - que no son producidos: el capital circulante, y los insumos importados ^{4/}; ambos

^{3/} El supuesto se lo hace de conformidad con Sraffa(5) cuyo análisis, según se verá en un próximo Trabajo, implica el Modelo de Leontief.

^{4/} Véase Antonelli (2) donde se da a ambos insumos el carácter de factores de producción.

dan origen a ingresos, por su uso: intereses y divisas 5/.

b) Simbología

Z_1^d = demanda total de acero (tn)

Z_2^d = demanda total de trigo (tn)

z_{ij} = insumos totales del bien i , necesarios para producir el bien j (tanto i , como j , varían entre 1 y 2; i son filas, y j , columnas).

a_{ij} = insumos del bien i , necesarios para producir una unidad del bien j ; a_{ij} son coeficientes, en tanto Z_{ij} , son variables.

Z = vector columna de producción total

Z_1 = producción total de acero, en tn

Z_2 = producción total de trigo, en tn

N = el trabajo, en horas-hombre (h-h); se trata de un escalar, ya que es la suma de h-h en la producción de acero y trigo.

N_1 = h-h utilizadas para producir acero (una variable)

N_2 = h-h utilizadas para producir trigo (variable)

b_j = insumos de h-h necesarios para producir una unidad de Z_j ; son coeficientes.

π^* = beneficios totales, en unidades monetarias (en adelante, "pesos"), obtenidos de la producción de acero y trigo.

π_1^* = beneficios totales en pesos logrados en la producción de acero.

π_2^* = beneficios totales, en pesos, obtenidos en la producción de trigo.

C = vector de consumo

5/ Un modelo que incluya tales "factores" será desarrollado en un Trabajo posterior.

C_1 = consumo de acero, en tn

C_2 = consumo de trigo, en tn

I = vector de inversión

I_1 = inversión en acero, en tn

I_2 = inversión en trigo, en tn

Y_g = vector de demanda final

Y_1^g = demanda final de acero en tn

Y_2^g = demanda final de trigo en tn

P_1 = precio del acero, en pesos por tonelada (\$/tn)

P_2 = precio del trigo, en \$/tn

w^* = salario nominal, en \$/h-h

Y^* = monto total de ingresos, en pesos

Y_1^* = ingresos obtenidos en el sector 1

Y_2^* = ingresos obtenidos en el sector 2

Las variables con asterisco denotan las mismas variables sin el asterisco, pero en unidades monetarias. Viceversa, las sin esa distinción, suponen las variables en pesos, pero expresadas en unidades físicas. La aclaración se efectúa para evitar escribir todo el listado. Existen, no obstante, algunas variables que no tienen un sentido claro de "intercambiabilidad"; tal es el caso de los ingresos o el de la tasa de salarios, que se expresan siempre en pesos. Llegado el caso, con todo, se las puede expresar, en términos de alguno de los bienes, así:

$$w_1 = \frac{w^*}{P_1} = \text{salario en tn acero/h-h}$$

$$Y_2 = \frac{Y_2^*}{P_2} = \text{ingresos de 2, en tn trigo}$$

Finalmente, definimos:

Q_1^* = Producto Bruto del sector 1, en pesos

Q_2^* = Producto Bruto del sector 2, en pesos

Q_1 = Producto Bruto de 1, en tn de acero

Q_2 = Producto Bruto de 2 en tn trigo

W^* = salarios totales, en pesos

W_1^* = salarios del sector 1, en pesos

W_2^* = salarios de 2, en pesos

$\rho_{1,2}^*$ = beneficios (en pesos) por unidad de producción

A = matriz de coeficientes técnicos

B = vector de insumos de trabajo

P = vector de precios

R = vector de beneficios por unidad de producción

3. El Modelo de Leontief

Las Tablas Insumo-Producto

El Modelo de Leontief, como es habitual, se presenta en una tabla que muestra los requerimientos de la economía (insumos) como así mismo, la producción que se obtiene en la misma, con la demanda separada en Demanda Intermedia y Demanda Final o Global:

CUADRO I

| | Demanda | | | | | | |
|-------------------|---------|-----|-------------|-----|-----|-------------|-------------------|
| Producción | I | II | $\Sigma(1)$ | C | I | $\Sigma(2)$ | $\Sigma\Sigma(3)$ |
| I | 5 | 10 | 15 | 50 | 100 | 150 | 165 |
| II | 10 | 15 | 25 | 100 | 500 | 600 | 625 |
| $\Sigma(A)$ | 15 | 25 | 40 | 150 | 600 | 750 | 790 |
| W^* | 50 | 100 | 150 | | | | |
| π^* | 100 | 500 | 600 | | | | |
| $\Sigma(B)$ | 150 | 600 | 750 | | | | |
| $\Sigma\Sigma(C)$ | 165 | 625 | 790 | | | | |

La tabla ha sido llenada con un ejemplo numérico arbitrario, el cual se interpreta de la manera siguiente: leyendo por filas, el sector productor del acero, vende 5 de su producción para sí, y 10 al sector II (trigo); se consumen 50 de acero, y se invierten 100. El total de Demanda Intermedia $\Sigma(1)$ es 15 y de Demanda Final $\Sigma(2)$, es 150, siendo 165 la producción bruta (Demanda Intermedia + Demanda Final). La fila II (producción de trigo) se lee de manera similar.

Viendo la tabla por columnas, se aprecia que el sector I emplea 5 para su propia producción, más 10 del sector II teniendo un Consumo Intermedio (ΣA) de 15; se requieren, asimismo 50 de salarios. En el sector II, la lectura es enteramente similar.

Adviértase que la información que se necesita conocer, es la relativa a las ven-

tas intermedias y finales; no así el total de Demanda Intermedia y Final, que se define como la suma de las demandas a caso sector (D. Intermedia) o a consumo e inversión (D. Final). Asimismo, nótese que en el caso de las columnas, la única información adicional requerida es la de la mano de obra, ya que los beneficios son obtenidos residualmente ^{5/} y el traslado de $\Sigma\Sigma(3)$ a $\Sigma\Sigma(C)$, así como los resultados $\Sigma(B)$ surgen de definiciones que se verán a continuación (para mayor comprensión se han colocado los "datos" en cursiva, y las "incógnitas" en letra común).

La misma tabla, pero desde una perspectiva genérica, tiene la siguiente conformación:

CUADRO II

| Demanda | 1 | 2 | $\Sigma(1)$ | C | I | $\Sigma(2)$ | $\Sigma\Sigma(3)$ |
|------------|-------------|-------------|-------------------------|-------|-------|---------------------|---|
| Producción | | | | | | | |
| 1 | $a_{11}Z_1$ | $a_{12}Z_2$ | $a_{11}Z_1 + a_{12}Z_2$ | C_1 | I_1 | $C_1 + I_1 = Y_1^g$ | $a_{11}Z_1 + a_{12}Z_2 + Y_1^g = Z_1^d$ |
| 2 | $a_{21}Z_1$ | $a_{22}Z_2$ | $a_{21}Z_1 + a_{22}Z_2$ | C_2 | I_2 | $C_2 + I_2 = Y_2^g$ | $a_{21}Z_1 + a_{22}Z_2 + Y_2^g = Z_2^d$ |
| N | b_1Z_1 | b_2Z_2 | N | | | | |
| Π^* | Π_1^* | Π_2^* | Π^* | | | | |
| Z | Z_1 | Z_2 | | | | | |

El cuadro II, se interpreta de la manera siguiente: la primera fila representa la demanda total del producto 1 según se vende a la Demanda Intermedia, o a la Demanda Final; las expresiones $a_{11}Z_1$ y $a_{12}Z_2$, surgen de las definiciones que se proporcionan a continuación

$$a_{11} = \frac{z_{11}}{Z_1} \quad a_{21} = \frac{z_{21}}{Z_1}$$

$$a_{12} = \frac{z_{12}}{Z_2} \quad a_{22} = \frac{z_{22}}{Z_2}$$

^{5/} Esto está de acuerdo con la inspiración ricardiana del modelo de Sraffa, implícito en la lectura por columna de la tabla. Véase Sraffa (5).

donde z_{11} , z_{12} , z_{21} y z_{22} son las cantidades totales de acero y trigo respectivamente empleadas en la producción de acero y trigo, en ese orden. La fila 2 es, mutatis mutandis, similar a la fila 1.

La tercera fila es el total de mano de obra en h.h descompuesto en las necesidades del sector 1 y 2.

La fila siguiente, son los beneficios (en pesos) obtenidos en 1 y 2.

Por fin, la última fila, es la producción (no sumable) de 1 y 2.

La columna 1 muestra los distintos componentes que entran en la producción de acero: Insumos de acero, de trigo, mano de obra y beneficios ^{6/}, y lo mismo se muestra en 2, para el caso del trigo.

Nótese que las filas son homogéneas, y por ende sumables entre sí; de este modo $Z_{1,2}^d$ es posible expresarlo como la suma de Demanda Intermedia y Demanda Final en términos físicos. En cambio $Z_{1,2}$ no es posible obtenerlo mediante la suma de los componentes que son necesarios para lograrlo; esto es así por cuanto cada una de las filas (presentes en $Z_{1,2}$) son heterogéneas unas de otras. Sin embargo, es posible relacionar ambos conceptos ($Z_{1,2}$ con los componentes con los que se fabrican) y es multiplicando cada componente por su precio:

^{6/} Dentro de la concepción de Sraffa, que es, a su vez ricardiana, los beneficios no "entran" en la producción, aunque sí en el valor de ésta, tratándoselos como un residuo o excedente. Hay una diferencia notoria, claro está, con el enfoque neoclásico. Véase Sraffa (5).

CUADRO III

| Producción | Demanda 1 | 2 | Σ | C | I | $\Sigma=Y^g$ | $\Sigma\Sigma=Z^d$ |
|------------------|-----------------------------------|-----------------------------------|---------------------------------|-----------|-----------|--------------|--------------------|
| 1 | $P_1 a_{11} Z_1$ | $P_1 a_{12} Z_2$ | $P_1 (a_{11} Z_1 + a_{12} Z_2)$ | $P_1 C_1$ | $P_1 I_1$ | $P_1 Y_1^g$ | $P_1 Z_1^d$ |
| 2 | $P_2 a_{21} Z_1$ | $P_2 a_{22} Z_2$ | $P_2 (a_{21} Z_1 + a_{22} Z_2)$ | $P_2 C_2$ | $P_2 I_2$ | $P_2 Y_2^g$ | $P_2 Z_2^d$ |
| Σ | $P_1 a_{11} Z_1 + P_2 a_{21} Z_1$ | $P_1 a_{12} Z_2 + P_2 a_{22} Z_2$ | | | | | |
| $W^* = w^* N$ | $w^* b_1 Z_1$ | $w^* b_2 Z_2$ | | | | | |
| Π^* | Π_1^* | Π_2^* | | | | | |
| $\Sigma = Y^*$ | Y_1^* | Y_2^* | | | | | |
| $\Sigma\Sigma Z$ | Z_1^* | Z_2^* | | | | | |

En el cuadro III, se ha procedido a multiplicar cada fila del mismo, por el precio del bien o servicio que allí aparece ^{7/}. Tal operación no altera las filas, ya que cada una de ellas está expresada en valores, en lugar de en unidades físicas; en cambio sí se ha producido un cambio en las columnas, ya que la operación de suma, que antes no era posible, ahora sí lo es.

Con el procedimiento efectuado, se puede ahora agregar tanto por filas como por columnas.

b) Las Ecuaciones del Modelo

La tabla anterior puede representarse por el siguiente sistema de ecuaciones:

$$(1) \quad Z_1^d = a_{11} Z_1 + a_{12} Z_2 + Y_1^g$$

^{7/} Véase la sección siguiente, ecuaciones (6) ya (7). La operación es correcta, por cuanto se multiplican ambos miembros, por una misma variable o valor.

$$(2) \quad Z_2^d = a_{21} Z_1 + a_{22} Z_2 + Y_2^g$$

$$(3) \quad N = b_1 Z_1 + b_2 Z_2$$

$$(4) \quad \Pi^* = \Pi_1^* + \Pi_2^*$$

$$(5) \quad Y^* = Y_1^* + Y_2^*$$

$$(6) \quad P_1 Z_1 = P_1 a_{11} Z_1 + P_2 a_{21} Z_1 + w^* b_1 Z_1 + \Pi_1^*$$

$$(7) \quad P_2 Z_2 = P_1 a_{12} Z_2 + P_2 a_{22} Z_2 + w^* b_2 Z_2 + \Pi_2^*$$

$$(8) \quad Q_1^* = P_1 Z_1 - (P_1 a_{11} Z_1 + P_2 a_{21} Z_1)$$

$$(9) \quad Q_2^* = P_2 Z_2 - (P_1 a_{12} Z_2 + P_2 a_{22} Z_2)$$

$$(10) \quad Z_1 = Z_1^d$$

$$(11) \quad Z_2 = Z_2^d$$

El modelo contiene 16 incógnitas: Z_1^d , Z_2^d , Z_1 , Z_2 , Y_1^g , Y_2^g , N , Π_1^* , Π_2^* , P_1 , P_2 , w^* , Q_1^* , Q_2^* , Y^* y siendo el número de ecuaciones solamente 11, hay pues, en principio, 5 grados de libertad. Sin embargo, al haber supuesto la existencia de monopolios, es razonable proponer que éstos establecen el precio de sus productos respectivos:

$$(12) \quad P_1 = (P_1)_o$$

$$(13) \quad P_2 = (P_2)_o$$

Quedan 3 grados de libertad ^{8/}; podemos proponer que los sindicatos establecen el salario, y que el vector de Demanda Final queda determinado por las ecuaciones de comportamiento que explican la obtención de sus componentes C e I, que por simplicidad, no hemos explicitado:

^{8/} Allen (1) propone que a los propósitos de planificación, el gobierno es quien establece los niveles de Demanda Final, y la tasa de salario (véase Cap.XI en Allen (1)).

$$(14) \quad w^* = w_0^*$$

$$(15) \quad Y_1^g = (Y_1^g)_0$$

$$(16) \quad Y_2^g = (Y_2^g)_0$$

Ahora el modelo es determinado. A los efectos de su resolución, vamos a introducir a hora algunas ecuaciones e incógnitas adicionales:

$$(17) \quad W^* = W_1^* + W_2^*$$

$$(18) \quad W_1^* = w^* b_1 Z_1$$

$$(19) \quad W_2^* = w^* b_2 Z_2$$

$$(20) \quad \pi_1^* = \rho_1^* Z_1$$

$$(21) \quad \pi_2^* = \rho_2^* Z_2$$

Hemos incorporado cinco incógnitas adicionales (W^* , W_1^* , W_2^* , ρ_1^* y ρ_2^*) y sus respectivas ecuaciones, con lo que el modelo continúa siendo determinado 9/ 10/.

C) Significado de las Ecuaciones

- (1) y (2): son evidentemente, las dos primeras filas de la tabla del Cuadro III, ha-
biendo dividido numerador y denominador, por P_1 y P_2 , respectivamente.
Cada fila está definida en t_n (de acero y trigo, según el caso).
- (3): tercera fila del C.III; es el total de mano de obra según es utilizado
en 1 o 2. Está expresado en hh.
- (4): Los beneficios totales, según se obtienen en el sector del acero o del

9/ A partir de aquí, y en lo sucesivo, se sostendrá que la equivalencia entre ecua-
ciones e incógnitas asegura que el modelo es determinado. Las condiciones de su-
ficiencia (que ninguna ecuación es deducible de las demás) las suponemos cumpli-
das.

10/ Evidentemente, $\rho_1^* \neq \rho_2^*$, o al menos, no necesariamente coinciden. Sobre la posi-
ble igualdad entre ρ_1^* y ρ_2^* se volverá en otra oportunidad.

trigo. Adviértase que, en este caso, los beneficios, deben expresarse en pesos, ya que no existe una medida (como hh o tn) a la que puedan remitirse 11/.

- (5): consiste en el total de ingresos obtenidos en los dos sectores de la economía.
- (6)-(7): constituyen las dos primeras columnas del C.III. Consisten en las ecuaciones de los precios de $Z_{1,2}$ los que están formados por el costo de los insumos, la mano de obra, y los beneficios 12/ 13/.
- (8)-(9): estas ecuaciones, constituyen definiciones, y por tanto, son identidades; establecen que el Producto Bruto proviene del resultado de sustraer, del valor de producción, el valor de los insumos necesarios para obtener esa producción.
- (10)-(11): consisten en las condiciones de equilibrio del modelo. Estas ecuaciones son igualdades, que señalan que los empresarios producen conforme lo que esperan vender 14/.
- (12)-(13): estas ecuaciones proponen la conducta empresarial bajo los supuestos establecidos, consistente en establecer los niveles de precios 15/ de sus productos.

11/ Esto confirma la noción ricardiana, presente en Sraffa (5), de que los beneficios, son un residuo. Adviértase cómo a diferencia de los otros componentes (insumos y mano de obra) su magnitud no es definible técnicamente, a través de un coeficiente como a_{ij} o b_{ij} , sino que aparecen, como en Ricardo, como la diferencia entre el valor del producto, y el de los insumos y mano de obra.

12/ La explicación de por qué los precios se definen así, se reserva para un próximo trabajo. En él se demostrará que hay una equivalencia formal entre estas ecuaciones, y las ecuaciones de los precios de Sraffa - ver Sraffa(5)-bajo ciertas condiciones.

13/ Véase el punto siguiente. Estrictamente, las ecuaciones muestran el valor de la producción de $Z_{1,2}$; no obstante, de estas ecuaciones, se obtiene, finalmente, $P_{1,2}$

14/ (10)-(11), son pues, típicamente, ecuaciones Keynesianas, en el sentido que establecen como conducta empresarial: producir de acuerdo con lo que se espera vender.

15/ Estas serían condiciones "Keleckyanas": los empresarios, con el fin de maximizar sus beneficios, cargan los precios según "lo que la demanda soporte", ya que está claro que "pueden decidir cuánto cobrar su producto, pero no pueden determinar cuánto van a ganar" (Kalecky (4), pág. 94).

(14): la tasa de salarios, establecida por los sindicatos (o eventualmente, el gobierno).

(15)-(16): la Demanda Final, que por sencillez, suponemos dada. Alternativamente, propondremos:

$$(15 \text{ bis}) \quad Y_1^g = C_1 + I_1$$

$$(15.3) \quad C_1 = (C_1)_0$$

$$(15.4) \quad I_1 = (I_1)_0$$

$$(16 \text{ bis}) \quad Y_2^g = C_2 + I_2$$

$$(16.3) \quad C_2 = (C_2)_0$$

$$(16.4) \quad I_2 = (I_2)_0$$

Esto es, suponemos determinados, en lugar de $Y_{1,2}^g$, $C_{1,2}$ e $I_{1,2}$.

(17): el total de salarios en pesos, según se obtienen en el sector del acero, o del trigo.

(18)-(19): los salarios de 1 y 2 en pesos, definidos valorando las hh necesarias en cada sector.

(20)-(21): los beneficios de 1,2, expresados en función de $Z_{1,2}$; $\rho_{1,2}^*$ no son la tasa de beneficios de 1,2. Provisoriamente, tomamos (20), (21) como un artificio matemático para plantearlas en función de $Z_{1,2}$.

d) Resolución del Modelo

A los efectos de operar con mayor sencillez vamos a introducir notación matricial, con lo que establecemos las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned}
 Z &= \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \text{vector de producción bruta} \\
 A &= \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} = \text{matriz de coeficientes técnicos de insumos} \\
 Y^g &= \begin{bmatrix} Y_1^g \\ Y_2^g \end{bmatrix} = \text{vector de Demanda Final} \\
 B &= \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} = \text{vector de coeficientes de mano de obra} \\
 P &= \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \text{vector de precios} \\
 R &= \begin{bmatrix} \rho_1^* \\ \rho_2^* \end{bmatrix} = \text{vector de beneficios unitarios}
 \end{aligned}$$

Operando en (1) - (2), de acuerdo con la nueva notación, y teniendo en cuenta (10) -

(11):

$$\begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_1 \\ Z_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Y_1^g \\ Y_2^g \end{bmatrix}$$

Agrupando en el primer miembro:

$$\begin{aligned}
 Z - A Z &= Y^g \\
 (I - A) Z &= Y^g
 \end{aligned}$$

$$((22)) \quad Z \cong (I - A)^{-1} Y^g$$

El resultado ((21)) es la conocida relación de Leontief, que conecta la Demanda Final, con la producción bruta; según dicha relación, para lograr un aumento en Y^g la Producción Bruta Z deberá incrementarse según el factor de proporcionalidad $(I - A)^{-1}$ denominado "matriz de requisitos económicos, por unidad de Demanda Final" ^{16/},

Las ecuaciones (6) - (7), por su parte, resultan, con los reemplazos (20) - (21):

$$\begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{21} \\ a_{12} & a_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{bmatrix} + w^* \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \rho_1^* \\ \rho_2^* \end{bmatrix}$$

^{16/} Parece oportuno señalar que ((22)) relaciona la Demanda Global, con la Producción Bruta, y establece cuánta Z se requiere para lograr Y^g ; no establece los requerimientos de Z ; la demanda de insumos se verá a través ⁹de otras relaciones.

$$P = A'P + w^s B + R^s$$

$$P - A'P = w^s B + R^s$$

$$((23)) \quad P = (I - A')^{-1} w^s B + (I - A')^{-1} R^s$$

La ecuación ((23)) ^{17/} señala que el vector de precios se establece -dados los coeficientes a_{ij} - en función de la tasa de salarios w^s (un escalar), y de los beneficios por unidad de producto; dicho de otra forma, P variará si lo hace w^s , o R^s .

$$(24) \quad Y_1^s = w^s b_1 Z_1 + \pi_1^s$$

$$(25) \quad Y_2^s = w^s b_2 Z_2 + \pi_2^s$$

y por (18) - (19)

$$Y_1^s = w_1^s + \pi_1^s$$

$$Y_2^s = w_2^s + \pi_2^s$$

Llamando:

$$(26) \quad Y^s = Y_1^s + Y_2^s$$

$$(27) \quad \pi^s = \pi_1^s + \pi_2^s$$

y sumando en el par de ecuaciones (denotado con una llave):

$$Y_1^s + Y_2^s = (w_1^s + w_2^s) + (\pi_1^s + \pi_2^s)$$

que, de acuerdo con (17), (24) y (25) dan:

$$((28)) \quad Y^s = W^s + \pi^s$$

Tomemos ahora las ecuaciones (1) - (2), con los reemplazos (10) - (11), y multipliquemos cada una de ellas, por su precio:

^{17/} El doble paréntesis denota que no se trata de ecuaciones independientes, sino obtenidas mediante desarrollos del modelo.

$$P_1 Z_1 = P_1 a_{11} Z_1 + P_1 a_{12} Z_2 + P_1 Y_1^g$$

$$P_2 Z_2 = P_2 a_{12} Z_1 + P_2 a_{22} Z_2 + P_2 Y_2^g$$

Consideremos las ecuaciones (6) - (7), con los resultados (24) y (25):

$$P_1 Z_1 = P_1 a_{11} Z_1 + P_2 a_{21} Z_1 + Y_1^*$$

$$P_2 Z_2 = P_1 a_{12} Z_2 + P_2 a_{22} Z_2 + Y_2^*$$

Iguando ecuación con ecuación, y teniendo en cuenta que es Z lo que se iguala con Z^d:

$$P_1 a_{11} Z_1 + P_2 a_{21} Z_1 + Y_1^* = P_1 a_{11} Z_1 + P_1 a_{12} Z_2 + P_1 Y_1^g$$

$$P_1 a_{12} Z_2 + P_2 a_{22} Z_2 + Y_2^* = P_2 a_{21} Z_1 + P_2 a_{22} Z_2 + P_2 Y_2^g$$

Sumando miembro a miembro y agrupando:

$$P_1 (a_{11} Z_1 + a_{12} Z_2) + P_2 (a_{21} Z_1 + a_{22} Z_2) + (Y_1^* + Y_2^*) =$$

$$= P_1 (a_{11} Z_1 + a_{12} Z_2) + P_2 (a_{21} Z_1 + a_{22} Z_2) + P_1 Y_1^g + P_2 Y_2^g$$

Reduciendo términos semejantes, nos queda:

$$Y_1^* + Y_2^* = P_1 Y_1^g + P_2 Y_2^g$$

$$((29)) \quad Y^* = P_1 Y_1^g + P_2 Y_2^g$$

La ecuación ((29)) propone que el Valor Agregado de toda la economía, es igual a la suma de las Demandas Finales de 1 y 2, en unidades monetarias, o, si se prefiere, el Valor Agregado es igual a la Demanda Final, en pesos. La ecuación ((29)) también se puede escribir, haciendo:

$$(30) \quad Y_{g1}^* = P_1 Y_1^g$$

$$(31) \quad Y_{g_2}^* = P_2 Y_2^g$$

nos queda:

$$((29bis)) \quad Y^* = Y_g^* \quad 18/$$

4. Las Variables de la Contabilidad Nacional

Veamos ahora, cómo se conectan los resultados de la matriz de Leontieff, con las definiciones de la Contabilidad Nacional.

En primer lugar, tenemos las ecuaciones de Producto Bruto, obtenido a través de Valor Agregado:

$$Q_1^* = P_1 Z_1 - (P_1 a_{11} Z_1 + P_2 a_{21} Z_1)$$

$$Q_2^* = P_2 Z_2 - (P_1 a_{12} Z_2 + P_2 a_{22} Z_2)$$

Pero, según se infiere de estas ecuaciones y (6) - (7):

$$w^* b_1 Z_1 + p_1^* Z_1 = P_1 Z_1 - (P_1 a_{11} Z_1 + P_2 a_{21} Z_1)$$

$$w^* b_2 Z_2 + p_2^* Z_2 = P_2 Z_2 - (P_1 a_{12} Z_2 + P_2 a_{22} Z_2)$$

Vale decir:

$$Y_1^* = Q_1^*$$

$$Y_2^* = Q_2^*$$

y también, haciendo:

$$(30) \quad Q^* = Q_1^* + Q_2^*$$

18/ Téngase siempre presente el orden en que se escriben las igualdades: $Y^* = Y_g^*$ (que es consecuencia de que $Z_1^* = Z_1^d$ y $Z_2^* = Z_2^d$) no es lo mismo que escribir ${}^g Y^* = Y^*$. El significado de ((29bis)) es que Y^* se adecua a Y_g^* ; dado Y_g^* , Y^* se iguala g con él.

tenemos, sumando las dos anteriores igualdades:

$$((31)) \quad Y^* = Q^*$$

Esto es, los Ingresos -en cada sector de la economía, y en total- son idénticos al valor del Producto Bruto; también, el Producto Bruto (en pesos) de toda la economía, es posible obtenerlo vía los ingresos, también de toda la economía.

Tenemos, asimismo, de acuerdo con ((29 bis)):

$$Y^* = Y_g^*$$

O sea, los Ingresos (o Producto Bruto) de toda la economía son iguales (esta vez no idénticos) a la Demanda Final, expresada en pesos.

Lo dicho recientemente, alerta sobre el hecho de que no es posible teóricamente ^{19/} obtener el Producto Bruto vía el gasto (Consumo, Inversión, etc.); ya que ambos conceptos no son idénticos, siendo, por el contrario, independientes.

5. Aplicaciones del Modelo

Crecimiento Económico

Este es el caso más común del análisis Insumo-Producto. A partir de ((22)), supongamos que la Autoridad Económica desea y puede aumentar el nivel de Demanda Final, Y_g ; sea, por ejemplo que considera necesario hacer que el Producto Bruto aumente en, pongamos por caso, 5%. Tendríamos:

$$\begin{bmatrix} Z'_1 \\ Z'_2 \end{bmatrix} = (I - A)^{-1} \begin{bmatrix} Y_1^g (1,05) \\ Y_2^g (1,05) \end{bmatrix}$$

El nuevo valor del vector Z nos mostrará en cuánto es preciso incrementar cada uno de

^{19/} Decimos teóricamente, ya que ex-post la Demanda Final es necesariamente igual que la Oferta Global, toda vez que la diferencia se ajusta a través de la variación de inventarios.

los componentes de la producción bruta ^{20/}.

b) Aumentos en el Vector de Precios

En ((23)), tenemos -supuestos fijos A y B- cuáles son los elementos que pueden modificar el vector de precios, que son W^* y R^* ; es decir, P subirá si lo hacen la tasa de salario o los valores $\rho_{1,2}^*$. Obsérvese que, por la interrelación de Z_1 con Z_2 cualquiera de los precios se elevaría por el solo hecho de que aumente uno de ellos:

| | I | II |
|---------|------------------|------------------|
| I | $P_1 a_{11} Z_1$ | $P_1 a_{12} Z_2$ |
| II | $P_2 a_{21} Z_1$ | $P_2 a_{22} Z_2$ |
| W^* | $w^* b_1 Z_1$ | $q^* b_2 Z_2$ |
| π^* | $\rho_1^* Z_1$ | $\rho_2^* Z_2$ |
| Z^* | $P_1 Z_1$ | $P_2 Z_2$ |

En la tabla, P_2 aumentó porque lo hizo P_1 ; no obstante lo que interesa no es que un precio aumenta porque lo hizo el otro, sino la razón por la que lo hizo el primero, y ello es que se ha incrementado, bien W^* , bien R^* .

Un análisis más exhaustivo del vector de precios se hará en un próximo trabajo.

^{20/} E indirectamente, se conocen también los requisitos de insumo y/o factores: mano de obra, componentes importados (para una economía abierta), etc.

6. Resumen y Consideraciones Finales

En el presente Trabajo se ha analizado el Modelo de Leontief, con algunas extensiones alusivas a la formación de los precios.

Se ha mostrado cómo los precios se obtienen como una suerte de Dual de la determinación de los volúmenes de Producción Bruta. Asimismo, es importante destacar dos características Keynesianas del modelo: a) la determinación de $Z_{1,2}$ se sigue (igual que en Keynes) igualando Producción Bruta con Demanda Total (ésta última compuesta por Demanda Intermedia + Demanda Final); b) los precios, al igual que en el Modelo Keynesiano vienen dados según una estructura de costos, y no por la igualdad de Oferta y Demanda de Dinero (por ejemplo).

Se ha mostrado, por otra parte, cómo se logra -a partir de las definiciones, condiciones de equilibrio, etc. del modelo- relacionar los agregados: Producto Bruto, Ingreso y Demanda Final de la economía.

Por último, se han presentado dos aplicaciones interesantes del Modelo; una, -bastante conocida- vincula el crecimiento económico, con la producción bruta, e implícitamente, con la demanda y disponibilidad de "factores" e insumos; la otra aplicación, relaciona el aumento en los precios, con aumentos en los componentes de los ingresos. Sobre esta última aplicación (la formación y variación de los precios) nos extendemos en un próximo Trabajo.

7. Bibliografía

- (1) Allen, R.G.D. "Economía Matemática" Aguilar, 1965.
- (2) Antonelli, E. "El Modelo Keynesiano, con Dinero y Divisas como Insumos"
UNSa. Fac. Cs. Económicas R.D. N° 15, agosto 1982.
- (3) ————— "Contrastación de la Teoría Económica. Neoclásica y Keynesiana"
UNSa. Consejo de Investigación, Nov. 1983.
- (4) Kalecky, M. "Ensayos Escogidos sobre Dinámica Económica" FCE México, 1977
- (5) Sraffa, P. "Producción de Mercancía por medio de Mercancías" Oikos Tau,
Barcelona, 1966.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS,
JURIDICAS Y SOCIALES

AREA DE ECONOMIA

REUNIONES DE DISCUSION

| <u>N°</u> | <u>Fecha</u> | <u>Autor</u> | <u>Título</u> |
|-----------|--------------|----------------------|--|
| 10 | 23-12-81 | Eduardo D. Antonelli | "Estimación del PBG de la Provincia de Salta". |
| 11 | 18-3-82 | Eduardo D. Antonelli | "El modelo keynesiano de Economía Abierta". |
| 12 | 12-4-82 | Rita Lavin Figueroa | "Comparaciones entre el índice de precios al consumidor de la ciudad de Salta y otros índices de precios". |
| 13 | 29-4-82 | Eusebio C. del Rey | "Problemas de Cómputo de la Corrección por Sesgo en el Caso Lognormal". |
| 14 | 3-6-82 | Eduardo D. Antonelli | "Las Etapas de la Producción en una Firma". |
| 15 | 19-8-82 | Eduardo D. Antonelli | "El Modelo keynesiano con Dinero y Divisas como Insumos". |
| 16 | 17-2-83 | Nestor Avalle | "El cambio tecnológico. Consideraciones de algunos conceptos teóricos y sus implicancias empíricas". |
| 17 | 3-3-83 | Eduardo D. Antonelli | "Modelo keynesiano de Monopolio". |
| 18 | 13-6-83 | Eusebio C. del Rey | "Los Costos Sociales de la Enseñanza Universitaria". |
| 19 | 4-7-83 | Eduardo D. Antonelli | "Aspectos Metodológicos en Economía". |
| 20 | 6-10-83 | Eduardo D. Antonelli | "El Equilibrio Económico General". |
| 21 | 18-6-84 | Eduardo D. Antonelli | "Contabilidad Nacional e Insumo Producto". |