

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS

AREA DE ECONOMIA

REUNION DE DISCUSION N° 20

FECHA: 17/11/83

HORARIO: 16:30

EL EQUILIBRIO ECONOMICO GENERAL

Eduardo Antonelli

## EL EQUILIBRIO ECONOMICO GENERAL

### I. INTRODUCCION

El presente trabajo tiene por objeto mostrar cómo se alcanza el equilibrio en todos los mercados según el esquema del modelo económico de Walras.

Asimismo, y fundamentalmente, el trabajo apunta a mostrar algunas aplicaciones del modelo que aparentemente no son correctamente deducidas, como ser la equivalencia de los excesos de oferta de factores con los de bienes, y el empleo exclusivo del modelo como uno en que los precios son solamente precios relativos.

Los pasos seguidos en la obtención del equilibrio general, son mostrados en las secciones II a IV, en tanto que la demostración de las proposiciones que aquí se toman como incorrectas, se ofrecen en la sección V.

### II. SUPUESTOS

A los efectos de hacer más concreto el modelo, vamos a efectuar los siguientes supuestos:

- . La economía produce 3 bienes:  $Z_1, Z_2, Z_3$
- . Hay tres empresas y cada una de ellas produce un solo bien. Este supuesto es contradictorio con el que (más adelante) dice que existe competencia perfecta en todos los mercados; no obstante es útil, y por eso se lo adopta.
- . La producción se realiza con dos factores, los que serán considerados en forma explícita<sup>1)</sup>.
- . Los productores elevan al máximo su beneficio y los consumidores, su utilidad.
- . El ingreso de los consumidores se agota íntegramente en la compra de bienes, y el de los productores, en el pago de factores<sup>2)</sup>.
- . Existe competencia perfecta en el mercado de bienes y de factores.
- . Suponemos que las funciones de utilidad y de producción son cóncavas al origen, para que las condiciones de segundo orden en los extremos (máximos o mínimos) se cumplan<sup>3)</sup>.

III. EL MODELO

a) ECUACIONES E INCOGNITAS

$$(1) L_1 = U_1 (z_1 z_2 z_3) + \lambda_1 [Y_1^x - (P_1 z_{11} + P_2 z_{21} + P_3 z_{31})]$$

$$(2) \frac{\partial L_1}{\partial z_1} = \frac{\partial U_1}{\partial z_1} - \lambda_1 P_1 = 0$$

$$(3) \frac{\partial L_1}{\partial z_2} = \frac{\partial U_1}{\partial z_2} - \lambda_1 P_2 = 0$$

$$(4) \frac{\partial L_1}{\partial z_3} = \frac{\partial U_1}{\partial z_3} - \lambda_1 P_3 = 0$$

$$(5) \frac{\partial L_1}{\partial \lambda_1} = Y_1^x - (P_1 z_{11} + P_2 z_{21} + P_3 z_{31}) = 0$$

$$(6) Y_1^x = P_{N_1} N_{11} + P_{N_1} N_{12} + P_{N_1} N_{13}$$

$$(7) L_2 = U_2 (z_1 z_2 z_3) + \lambda_2 [Y_2^x - (P_1 z_{12} + P_2 z_{22} + P_3 z_{32})]$$

$$(8) \frac{\partial L_2}{\partial z_1} = \frac{\partial U_2}{\partial z_1} - \lambda_2 P_1 = 0$$

$$(9) \frac{\partial L_2}{\partial z_2} = \frac{\partial U_2}{\partial z_2} - \lambda_2 P_2 = 0$$

$$(10) \frac{\partial L_2}{\partial z_3} = \frac{\partial U_2}{\partial z_3} - \lambda_2 P_3 = 0$$

$$(11) \frac{\partial L_2}{\partial \lambda_2} = Y_2^x - (P_1 z_{12} + P_2 z_{22} + P_3 z_{32}) = 0$$

$$(12) Y_2^x = P_{N_2} N_{21} + P_{N_2} N_{22} + P_{N_2} N_{23}$$

$$(13) A_1 = z_1 (N_1 N_2) + \delta_1 [C_1^x - (P_{N_1} N_{11} + P_{N_2} N_{21})]$$

$$(14) \frac{\partial A_1}{\partial N_1} = \frac{\partial Z_1}{\partial N_1} - \delta_1 P_{N_1} = 0$$

$$(15) \frac{\partial A_1}{\partial N_2} = \frac{\partial Z_1}{\partial N_2} - \delta_1 P_{N_2} = 0$$

$$(16) \frac{\partial A_1}{\partial \delta_1} = C_1^x - (P_{N_1} N_{11} + P_{N_2} N_{21}) = 0$$

$$(17) C_1^x = P_1 Z_{11} + P_1 Z_{12}$$

$$(18) A_2 = Z_2 (N_1 N_2) + \delta_2 [C_2^x - (P_{N_1} N_{12} + P_{N_2} N_{22})]$$

$$(19) \frac{\partial A_2}{\partial N_1} = \frac{\partial Z_2}{\partial N_1} - \delta_2 P_{N_1} = 0$$

$$(20) \frac{\partial A_2}{\partial N_2} = \frac{\partial Z_2}{\partial N_2} - \delta_2 P_{N_2} = 0$$

$$(21) \frac{\partial A_2}{\partial \delta_2} = C_2^x - (P_{N_1} N_{12} + P_{N_2} N_{22}) = 0$$

$$(22) C_2^x = P_2 Z_{21} + P_2 Z_{22}$$

$$(23) A_3 = Z_3 (N_1 N_2) + \delta_3 [C_3^x - (P_{N_1} N_{13} + P_{N_2} N_{23})]$$

$$(24) \frac{\partial A_3}{\partial N_1} = \frac{\partial Z_3}{\partial N_1} - \delta_3 P_{N_1} = 0$$

$$(25) \frac{\partial A_3}{\partial N_2} = \frac{\partial Z_3}{\partial N_2} - \delta_3 P_{N_2} = 0$$

$$(26) \frac{\partial A_3}{\partial \delta_3} = C_3^x - (P_{N_1} N_{13} + P_{N_2} N_{23}) = 0$$

$$(27) C_3^x = P_3 Z_{31} + P_3 Z_{32}$$

$$(28) Z_1 = Z_{11} + Z_{12}$$

(29)  $Z_2 = Z_{21} + Z_{22}$

(30)  $Z_3 = Z_{31} + Z_{32}$

(31)  $N_1 = N_{11} + N_{12} + N_{13}$

(32)  $N_2 = N_{21} + N_{22} + N_{23}$

El modelo tiene 32 ecuaciones, y 37 incógnitas:

$L_1, Z_1, Z_2, Z_3, \lambda_1, Y_1^*, L_2, \lambda_2, Y_2^*, Z_{11}, Z_{31}, Z_{12}, Z_{22}, Z_{32}, N_1, N_2, N_{11}$

$N_{12}, N_{13}, N_{21}, N_{22}, N_{23}, A_1, A_2, A_3, C_1^*, C_2^*, C_3^*, \delta_1, \delta_2, \delta_3, P_1, P_2, P_3, P_{N_1}$

$P_{N_2}$ . Sobran en principio cinco incógnitas; ahora bien, como es:

(33)  $1/\delta_1 = P_1$

(34)  $1/\delta_2 = P_2$

(35)  $1/\delta_3 = P_3$

ya que ésta es precisamente la interpretación que se da a esta variable ( $\delta$ ); por otra parte:

(36)  $N_1 = N_1^0$

(37)  $N_2 = N_2^0$

ya que el modelo supone que los individuos poseen dotaciones de factores (en nuestro caso) dadas.

El modelo es ahora determinado. No obstante, puede demostrarse que una de las ecuaciones no es linealmente independiente<sup>4)</sup>, con lo que puede suprimirse; el sistema tendría ahora 36 ecuaciones, por lo que tomamos un precio como numerario para cerrar el modelo:

(37 bis)  $P_1 = 1$

b) SIGNIFICADO DE LAS ECUACIONES Y SIMBOLOS UTILIZADOS

b.1) Símbolos

$L_1$  : función lagrangiana del individuo 1. Las unidades de  $L_1$ , deben ser las que se emplean para medir la utilidad del individuo (por ejemplo, utilitas) puesto que la expresión entre corchetes se mide en unidades monetarias, interpretándose, en consecuencia  $\lambda_1$  como medida en unidades de utilidad por unidad monetaria.

$L_2$  : función lagrangiana de 2, en unidades de utilidad de 2.

$Z_{ij}$ : cantidad de alguno de los bienes  $i$  (que denota - si es / útil la convención- origen cuando figura en 1º lugar) consumida por alguno de los individuos  $j$  (que denota destino; éste será el 2º subíndice);  $i = 1, 2, 3$   $j = 1, 2$

$\lambda_j$  : unidades de utilidad de 1 o 2, por unidad monetaria

$Y_j^{\$}$  : ingresos monetarios de los individuos

$Z_i$  : producción de alguno de los tres bienes, en unidades de / producto (por ejemplo tn de carne, si uno de los bienes es carne)

$N_{ji}$ : cantidad de alguno de los dos factores que provienen de los individuos, son destinados a los productos. Se mide / en las unidades que se expresan los factores (por ejemplo, horas-hombre)

$A_i$  : funciones lagrangianas de los productos  $Z_i$ ;  $A_i$  deben medirse en las unidades en que se expresa  $Z_i$ ; por lo tanto y como el corchete del segundo término del segundo miembro está en pesos,  $\delta_i$  debería expresarse en unidades de producto por unidad monetaria.

$C_i^{\$}$  : ingresos, o presupuesto para la producción de bienes, en unidades monetarias.

$P_i$  : precio de los bienes  $Z_i$ .

$P_{N_j}$  : precio de los factores  $N_j$

b.2) Ecuaciones

- (1) - (5): La función de utilidad refundida en la formación de Lagrange, junto a las condiciones de primer orden / que aseguran la obtención de un máximo; en este caso la maximización de la utilidad<sup>5)</sup>.
- (6): Obtención de los ingresos de 1, a través de la venta de servicios de factores.
- (7) - (11): lo mismo que (1) - (5) para 1, pero para el individuo 2.
- (12): ingresos de 2, provenientes de la venta de servicios de factores a  $i = 1, 2, 3$ .
- (13) - (16): lagrangiano y condiciones de óptimo para la empresa 1.
- (17): ingresos de  $i = 1$  por la venta de este bien.
- (18) - (21): lo mismo que (13) - (17), para  $i = 2$
- (23) - (27): lo mismo que (13) - (17) para  $i = 3$
- (28) - (30): las condiciones de equilibrio en el mercado de // bienes, consistentes en que la oferta ( $Z_i$ ) debe // ser igual a la demanda ( $\sum_j Z_{ij}$ )
- (31) - (32): las condiciones de equilibrio en el mercado de // factores: la oferta = demanda ( $N_j = \sum_i N_{ji}$ )

IV. RESOLUCION DEL MODELO

a) Resolución Analítica

En (1) - (5), dados los precios y el ingreso  $Y_1^x$  el individuo 1 consume tanto de  $Z_i$  como lo señale su función de utilidad

En (6) se indica cómo se forman los ingresos los que son un dato para  $j = 1$ .

(7) - (12) permite obtener el consumo de  $Z_i$  por parte de //  $j = 2$ , dados  $P_i$ , y sus ingresos.

(13) - (16) muestra cómo se determina la demanda de factores dados sus precios, y los ingresos de los productores. (17) señala en qué (o de qué) consisten esos ingresos. El resto de las

ecuaciones, hasta (27) exhibe estos mismos resultados, para cada bien  $Z_i$ .

Por fin, el conjunto (28) - (32), al establecer las condiciones de equilibrio entre oferta y demanda, permite obtener / los precios de bienes y factores.

Desde luego, si bien hemos descrito la solución a través / de pasos parciales, al ser éste un modelo de equilibrio gene- / ral, no hay tales pasos, obteniéndose la solución de  $Z_{ij}$ ,  $Z_i$ ,  $N_{ji}$ ,  $N_j$ ,  $P_i$ ,  $P_{N_j}$ , etc. en forma conjunta y simultánea.

Adviértase, que a los efectos de la obtención de los valo- res de precios y cantidades, en las condiciones de equilibrio del mercado de factores, la oferta es rígida, y la demanda es función del precio relativo  $\frac{P_{N_j}}{P_i}$ ; en consecuencia, desde un

punto de vista gráfico, pueden ambas funciones representarse en un mismo cuadrante. Por su parte, en (28) - (30) la oferta está en función de los factores utilizados en tanto la demanda es función del precio del bien  $\lambda_j$ ; en consecuencia, ambas funciones no se intersectan en un cuadrante común.

#### b) Resolución Gráfica

Lo anterior puede presentarse en forma gráfica. Para / ello supongamos que hay un solo bien (Z) un solo factor (N), / un solo consumidor, etc. El sistema anterior, quedaría:

$$(1) L = U(Z) + \lambda (Y^x - PZ)$$

$$(2) \frac{\partial L}{\partial Z} = \frac{\partial U}{\partial Z} - \lambda P = 0$$

$$(3) \frac{\partial L}{\partial \lambda} = Y^x - PZ = 0$$

$$(4) A = Z(N) + \delta (C^x - P_N N)$$

$$(5) \frac{\partial A}{\partial N} = \frac{\partial Z}{\partial N} - \delta P_N = 0$$

$$(6) \frac{\partial A}{\partial \delta} = C^* - P_N N = 0$$

$$(7) Y^* = P_N N$$

$$(8) C^* = PZ$$

$$(9) N = N_0$$

$$(10) 1/\delta = P$$

Las incógnitas:  $L, Y^*, \lambda, P, C^*, \delta, Z, N, P_N$  y  $A$ , vale decir, 10.

Nuevamente sobra una ecuación, con lo que debemos eliminar una (la (8), o la (7)) e introducir una ecuación adicional. Teniendo en cuenta que no es aquí sencillo eliminar  $\delta$ , la suponemos conocida:

$$(10 \text{ bis}) \lambda = \lambda_0$$

En este sistema, por (2), y con (10 bis):

$$[I] \frac{1}{\lambda_0} \frac{\partial U}{\partial Z} = P$$

O sea, la curva de demanda del individuo. En (5) y con / (10):

$$P \frac{\partial Z}{\partial N} = P_N$$

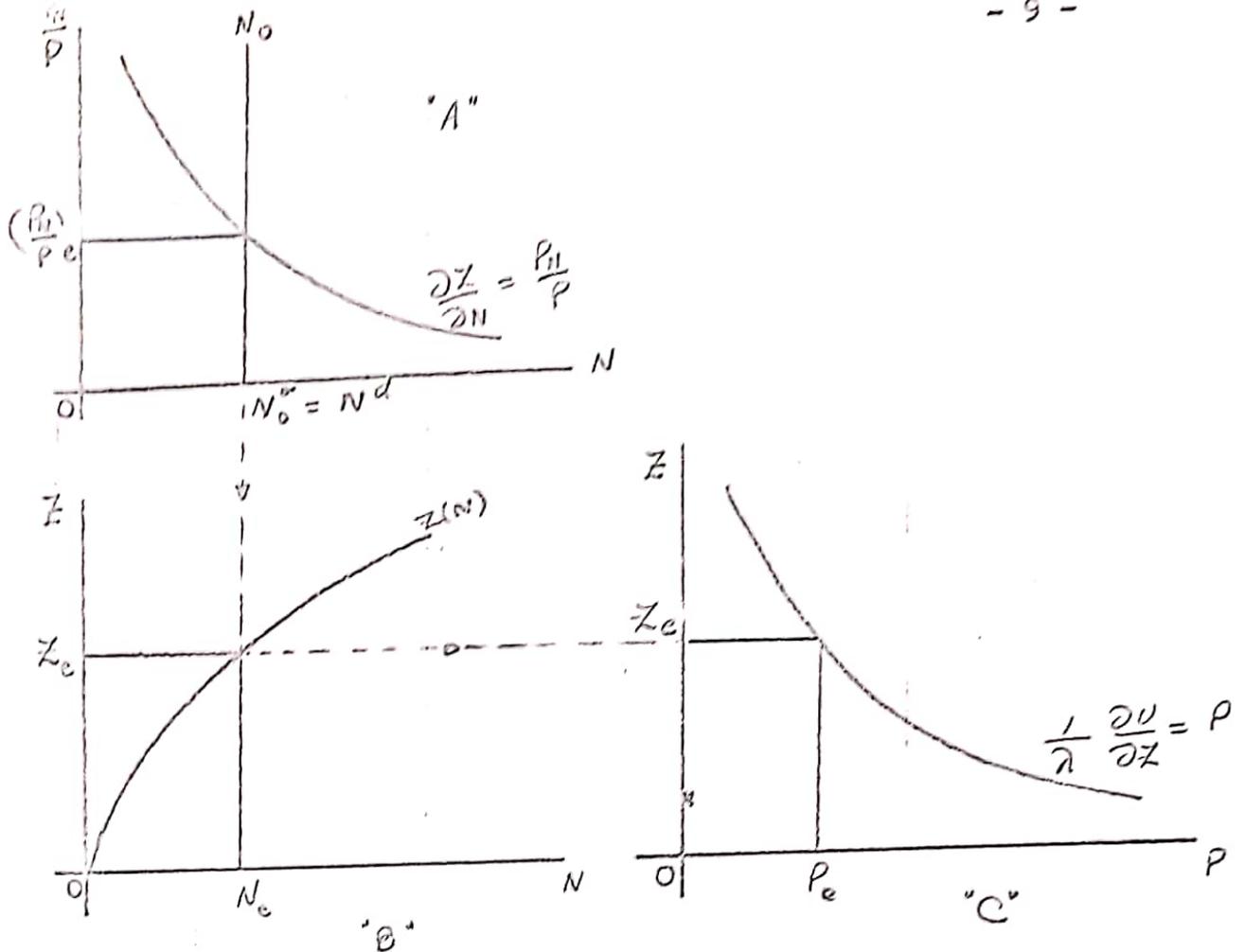
$$[II] \frac{\partial Z}{\partial N} = \frac{P_N}{P}$$

Esta igualdad, y (9), permiten establecer  $\frac{P_N}{P}$  y  $N$

En (4), por su parte, y habiendo hallado  $P_N/P$ , y  $N$  de equilibrio (con lo que el paréntesis de (4) es nulo), tenemos la / función de producción:

$$[III] A = Z(N)$$

Este valor, más [I] y (7), permite obtener las incógnitas  $P$  y  $A$  (o  $Z$ ). Gráficamente:

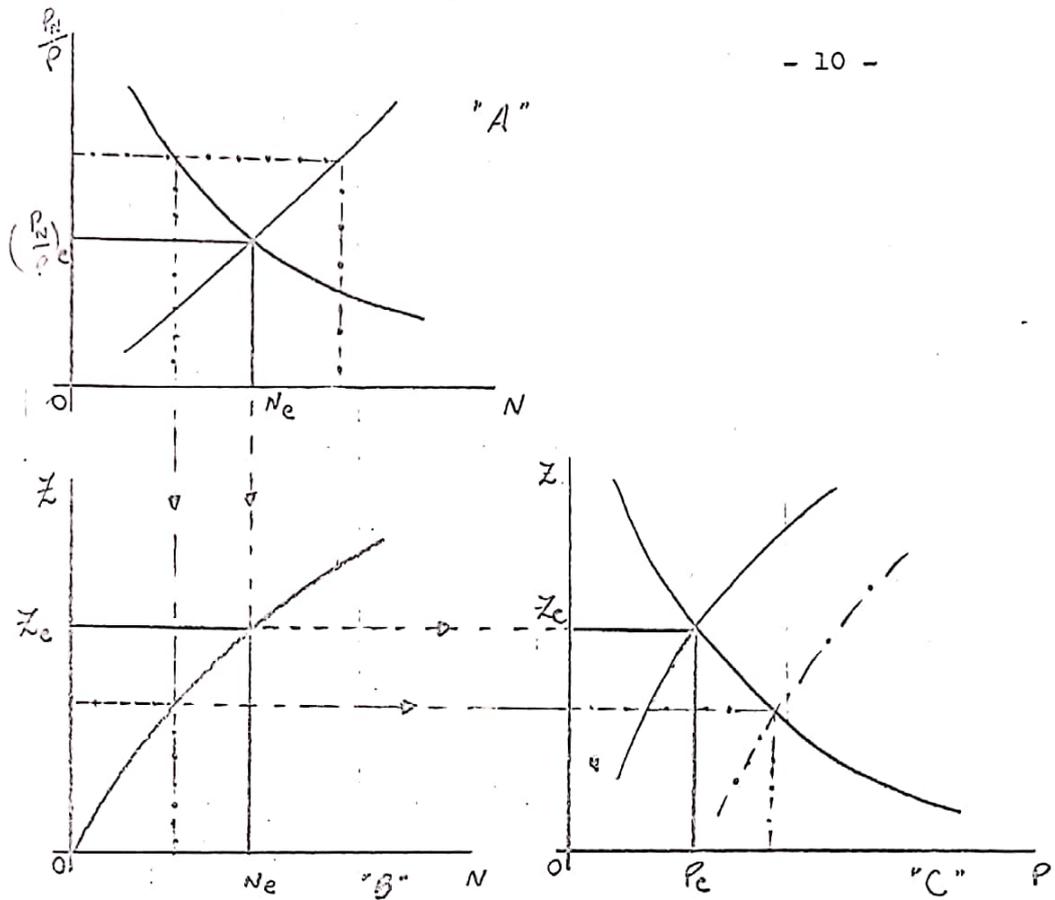


V. COROLARIOS DEL MODELO DE EQUILIBRIO GENERAL

a) En el Modelo Equilibrio General (MEG), se supone que la oferta de factores es dada. Sin pérdida de generalidad, en principio, podría suponerse que dicha oferta no es fija, sino que tiene como argumento, la misma variable que la demanda de factores<sup>6)</sup>.

b) Obsérvese que, -sea la oferta de factores rígida, o función (en este caso) de  $\frac{P}{P}$ , - en los gráficos "A" a "C", no aparece la curva de costo marginal que en condiciones de competencia perfecta es la curva de oferta de  $Z$ . La misma es redundante, toda vez que el nivel de  $Z$  y de  $P$  ya están determinados.

No obstante, puede, si se desea, dibujarse la curva de costo marginal; dicha curva, desde luego, pasará por el punto de coordenadas  $(P_e, Z_c)$  en "C":



(En el gráfico se ha dibujado una curva de oferta cuyo argumento es  $\frac{P_N}{P}$  ).

c) Hagamos ahora el siguiente experimento: supongamos que el precio en el mercado de trabajo fuera, no  $\left(\frac{P_N}{P}\right)_e$ , sino mayor

Podría razonarse entonces que el exceso de oferta del factor / debido a que "rige"  $\frac{P_N}{P} > \left(\frac{P_N}{P}\right)_e$  tiene su equivalente en un exceso de oferta de Z mercado en donde  $P > P_e$  presuntamente.

d) El razonamiento anterior, no obstante, no es legítimo. En efecto, suponiendo que  $\frac{P_N}{P} > \left(\frac{P_N}{P}\right)_e$ , la curva de costo margi

nal no podría permanecer en donde estaba debiendo, por lo contrario, correrse hacia la derecha y hacia abajo; ello es así, por cuanto N empleado será el demandado, con lo que Z será menor y P mayor.

En consecuencia, no será cierto que un exceso de oferta de factores, se corresponda con un exceso de oferta de bienes.

e) Por último, es interesante destacar el significado del equilibrio alcanzado con precios expresados en función de un numerario. Esto no debe entenderse como que el MEG exhibe "precios relativos" en lugar de "precios absolutos". En efecto, si se toma (en un modelo de  $m$  bienes) el precio del trigo, pongamos por caso, como la unidad, todos los bienes estarán expresados en términos de trigo. Sin embargo, no hay ningún impedimento en que el dinero sea uno de los  $m$  bienes, y tomar el precio del dinero como la unidad (de hecho, el precio del dinero es la unidad); todos los precios quedarán expresados entonces en términos de dinero.

NOTAS AL PIE DE PAGINA

- 1) El mismo criterio aparece, por ejemplo, en Allen (1) sólo que allí no hay diferencia de simbología entre bienes y / factores.
- 2) Allen (1), en cambio, supone que existe un beneficio a / maximizar, por parte de los productores; en nuestro caso, éstos maximizan la producción a vender.
- 3) Henderson y Quandt<sup>(3)</sup> passim. Este supuesto equivale a exigir que la derivada primera sea positiva, y la segunda / (las dos veces, respecto a la misma variable) negativa, / en una única función o ecuación (el Modelo de Walras propone un sistema de ecuaciones para familias, empresas, etc)
- 4) Sumando (6) + (12) y (17) + (22), y teniendo en cuenta // (5), (11), (16), (21) y (26).
- 5) Las de segundo orden se cumplen, dado el supuesto de concavidad de I.
- 6) Existe, en realidad, un problema. El mismo reside en el tratamiento que ha de dársele a los bienes de capital, ya que éstos son, simultáneamente, factores de la producción, y bienes que deben ser producidos. Al considerárseles fijos, aparentemente se eliminaría ese problema. Véase // Napoleoni C. (op.cit. en Bibliografía) Cap. I, pág. 27 y 28.

### BIBLIOGRAFIA

- 1 - ALLEN, R. G. D. "Economía Matemática", Aguilar, Madrid, 1965
- 2 - FERGUSON, C.E. "Teoría Microeconómica" F.C.E., México, 1971
- 3 - HENDERSON, J.M. y QUANT R.E. "Teoría Microeconómica", Ariel  
Barcelona, 1972
- 4 - NAPOLEONI, C. "El Pensamiento Económico en el Siglo XX"  
Oikos, Barcelona, 1968.

UNIVERSIDAD NACIONAL DE SALTA  
FACULTAD DE CIENCIAS ECONOMICAS,  
JURIDICAS Y SOCIALES

A R E A D E E C O N O M I A

REUNIONES DE DISCUSION

<u>Nº</u>	<u>Fecha</u>	<u>Autor</u>	<u>Título</u>
9	29-10-81	Eusebio C. del Rey	"Un Método de Evaluación / Aplicable al Examen Escrito"
10	23-12-81	Eduardo D. Antonelli	"Estimación del PEG de la / Provincia de Salta".
11	18-3-82	Eduardo D. Antonelli	"El modelo keynesiano de E- conomía abierta".
12	12-4-82	Rita Lavin Figueroa	"Comparaciones entre el ín- dice de precios al consumi- dor de la ciudad de Salta y otros índices de precios".
13	29-4-82	Eusebio C. del Rey	"Problemas de Cómputo de la Corrección por Sesgo en el Caso Lognormal".
14	3-6-82	Eduardo D. Antonelli	"Las Etapas de la Producción en una Firma".
15	19-8-82	Eduardo D. Antonelli	"El Modelo Keynesiano con / Dinero y Divisas como Insu- mos".
16	17-2-83	Néstor Avalor	"El cambio tecnológico. Con- sideraciones de algunos con- ceptos teóricos y sus impli- cancias empíricas".
17	3-3-83	Eduardo D. Antonelli	"Modelo Jeybesiano de Mono- polio".
18	13-6-83	Eusebio C. del Rey	"Los Costos Sociales de la Enseñanza Universitaria".
19	4-7-83	Eduardo Antonelli	"Aspectos Metodológicos en Economía".
20	6-10-83	Eduardo Antonelli	"El Equilibrio Económico Ge- neral".