



DOCENTES DE ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

38 Jornadas Nacionales de Administración Financiera
Septiembre 2018

El valor predictivo de las expectativas en el modelo de descuento de dividendos

Gastón Milanesi

Universidad Nacional del Sur

Germán Weins

Daniel Pequeño

Adrián Sarrica

Escuela Argentina de Negocios. Instituto Universitario (EAN)

SUMARIO

1. Introducción
2. Diferentes versiones del modelo de descuento de dividendos (DDM)
3. Metodología
4. Resultados
5. Conclusiones

Para comentarios:
milanesi@uns.edu.ar

Resumen

Uno de los modelos de mayor simplicidad y difusión entre los estudiantes de grado, posgrado y practicantes es el modelo de descuento de dividendos. Existen diversas maneras de plantear el modelo, con crecimiento aritmético, geométrico, determinístico o estocástico. Asumiendo que el precio de los activos sigue un proceso geométrico browniano, y normalidad en la distribución de probabilidad de rendimientos, sin considerar de hechos estilizados y momentos estocásticos el modelo de crecimiento geométrico es el más apropiado para estimar valuación. Pero en relación a su tasa de crecimiento formularse la siguiente pregunta: ¿La tasa de crecimiento puede ser trabajada empleando expectativas de mercado? El trabajo testea los modelos de descuento de dividendos determinísticos y estocásticos utilizando como caso de estudio la proyección de valores mensuales del índice de bolsa Merval correspondiente al mercado de capitales Argentino. Las tasas de crecimiento fueron calculadas tomando dos variables que reflejan expectativas de mercado: expectativas sobre el índice de precios consumidor, nivel general elaboradas por el Banco Central de la República Argentina (REM-IPC) y tasa implícita esperada contenida en los contratos de dólar futuro comercializados en ROFEX. Se analiza el poder predictivo del modelo estocástico con intervalos de confianzas y simulación con el aplicativo libre R. Para el caso del índice Merval durante el periodo estudiado, las expectativas sobre variación futura de precios evidencian un mejor ajuste que las tasas de rendimiento implícitas contenidas en los contratos de dólar futuro

Palabras claves: Descuento de Dividendos, Crecimiento, Expectativas, Simulación

1. Introducción

Los modelos de valuación son el resultado de un proceso intelectual en donde el conocimiento del activo objeto de la valuación, es sintetizado y capturado por un conjunto de variables interrelacionadas que obedeciendo criterios lógicos, supuestos y axiomas, propuestos por el marco conceptual de la Teoría Financiera, resumen toda la información a un resultado. El último representa las expectativas de valor en un instante del tiempo y que, por lo general, se lo conoce como valor teórico, razonable o “*que debe ser*”. Es empleado por los agentes para formar juicios de valor y tomar de decisiones en condición de incertidumbre. En dicho proceso decisorio el valor obtenido a través del modelo es contrastado con el precio de mercado, a los efectos de establecer posibles desequilibrios de precios y por ende llevar acciones de inversión (desinversión).

Los modelos pueden ser absolutos o relativos. Los primeros incorporan a toda la gama de modelos, donde la valoración es producto de analizar y proyectar, variables macroeconómicas, fundamentos y conductores de valor, por ejemplo descuento de flujos de fondos en sus diferentes formulaciones,¹ ganancias residuales, múltiplos de mercado, entre otros (Copeland,

¹ Con respecto al costo del capital, los tres métodos son: a) Costo Capital Promedio Ponderado (CCPP o WACC por las siglas en inglés de *Weighted Average Cost of Capital*), b) Flujos de fondos a capital, c) Valor Presente Ajustado (APV, por su sigla en inglés) (Ruback, 2002; Damodaran, 2006; Booth, 2007; Fernández, 2014).

Koller & Murrin, 2000; Ruback, 2002; Damodaran, 2006; Booth, 2007; Pratt & Grabowski, 2008; Fernández, 2014).

Por otro lado, los modelos de valuación relativa basados en los conceptos de carteras de arbitraje y la existencia de activos gemelos, replicantes contenidos en flujos de fondos del activo, por ejemplo el conjunto de modelos contenido en la teoría de opciones financieras y su aplicación a la valuación de activos reales, a través de los modelos de valoración de opciones reales (Cochrane, 2005; Wilmott, 2009; Milanesi, 2013).

Uno de los modelos de mayor simplicidad y difusión entre los estudiantes de grado, posgrado y practicantes es el conocido como modelo de descuento de dividendos (Gordon, 1962). El modelo de valuación de descuento de dividendos con crecimiento constante es una herramienta de importante aplicación, sobre todo en el campo de valuación de empresas para calcular valores terminales, (Brealey, Myers & Allen, 2006; Bradley & Gregg, 2008).

Sin embargo existen diversas maneras de plantear el modelo, con crecimiento aritmético, geométrico, determinístico o estocástico. Asumiendo que el precio de los activos sigue un proceso geométrico browniano, y normalidad en la distribución de probabilidad de rendimientos, sin considerar de hechos estilizados y momentos estocásticos de orden superior (Alonso y Arcos, 2006; León Mencia & Sentaria, 2007; Milanesi, 2013; Guimarães Dias, 2015); el modelo de crecimiento geométrico es el más apropiado para estimar valuación, siendo el geométrico determinístico el de mayor popularidad.

Cabe formularse la siguiente pregunta: ¿Qué versión del modelo geométrico presenta mayor significatividad estadística en sus predicciones? ¿En el caso del activo financiero seleccionado, la tasa de crecimiento puede ser trabajada empleando expectativas de mercado?

Para responder, el presente trabajo testea los modelos de descuento de dividendos determinísticos y estocásticos utilizando como caso de estudio la proyección de valores mensuales del índice de bolsa Merval correspondiente al mercado de capitales argentino. En tal sentido, estamos frente a una cartera integrada por las acciones que presentan mayor liquidez.

Dadas las características del mercado local por lo general los activos con mayor nivel de negociación son las acciones líderes, que marcan tendencias en la evolución de la plaza financiera. Las tasas de crecimiento fueron calculadas tomando dos variables que reflejan expectativas de mercado: expectativas sobre el índice de precios consumidor, nivel general elaboradas por el Banco Central de la República Argentina (REM-IPC) y tasa implícita esperada contenida en los contratos de dólar futuro comercializados en ROFEX.

En este caso emerge una nueva pregunta de investigación: ¿El Merval y, por carácter transitivo, los activos financieros integrantes de esta cartera, en promedio ajustan su crecimiento en base a expectativas de variación de índices de precios o de tasas de rendimiento implícitas contenidas en contratos de dólar futuro? Para ello, el valor predicho al inicio del mes por los modelos estudiados es contrastado con el valor observado del índice al final del periodo, asumiendo que el agente tiene horizontes mensuales de inversión y suponiendo que sus juicios de valor respecto de las variables es una combinación entre expectativas (crecimiento) y rendimientos móviles históricos observados (rendimientos y dividendos).

La serie de datos obtenidos permitió calcular intervalos de confianza y regresiones entre el valor observado y el pronosticado. Finalmente, y tomando la última observación del valor del índice como valor esperado calculado, se simuló los posibles valores del Merval (valores presentes) suponiendo comportamiento normal en la distribución de probabilidad de las tasas

de crecimiento. El objetivo de la simulación consistió en determinar un intervalo de confianza para dicho valor.

El trabajo pretende cumplir un doble objetivo. Por un lado cumplir con un rol didáctico al desarrollar todas las versiones existentes de modelo de descuento de dividendos. Por el otro es descriptivo, ya que analiza el poder predictivo de los modelos determinísticos y estocásticos, usando expectativas de mercado sobre las tasas de crecimiento, con el fin de analizar qué elemento presenta mayor efectividad para pronosticar los valores futuros de las acciones líderes incorporadas en el índice Merval: expectativas inflacionarias o expectativas relativas al rendimiento implícito en los contratos sobre dólar futuro.

La estructura del trabajo es la siguiente: en la sección 2 se desarrollan las diversas expresiones correspondientes al modelo de descuento de dividendos, con crecimiento geométrico, determinístico y estocástico (en el anexo I se plantean los aritméticos). Seguidamente se expone la metodología utilizada, series de datos y cuantificación de variables, para luego presentar los principales resultados. Finalmente, se presentan las principales conclusiones, donde los modelos estocásticos demuestran un mejor desempeño que los determinísticos. Asimismo, y para el caso del índice Merval durante el periodo estudiado, las expectativas sobre variación futura de precios evidencian un mejor ajuste que las tasas de rendimiento implícitas contenidas en los contratos de dólar futuro.

2. Diferentes versiones del modelo de descuento de dividendos (DDM)

El modelo de descuento de dividendos (DD) es uno de los desarrollos de mayor difusión en el marco de las finanzas clásicas y consecuentemente en la mayoría de los libros de texto introductorios en la materia. Conocido usualmente como el modelo de Gordon (Gordon, 1962) es una de las técnicas empleadas para ilustrar, de manera sencilla, la estimación del costo del capital. Las variantes del modelo se agrupan en función al comportamiento proyectado relacionado al crecimiento de los dividendos, como a la duración del título, (Hurley & Johnson, 1994; Hurley & Fabozzi, 1998).

2.1 El modelo de crecimiento de dividendos con vida finita

La clásica versión desarrolla de manera explícita la proyección de la corriente futura de dividendos esperados, conforme se plantea en la ecuación 1.

$$V = D_0 + \frac{D_1}{(1+k)^1} + \frac{D_2}{(1+k)^2} + \frac{D_3}{(1+k)^3} + \dots + \frac{D_{n-1}}{(1+k)^{n-1}} + \frac{V_n}{(1+k)^n} \quad \text{Ecuación 1}$$

La ecuación precedente presenta algunos problemas de implementación. Entre ellos, es menester que los dividendos D_t correspondientes a cada periodo sean proyectados explícitamente a partir de las ganancias obtenidas por la firma, E_t estimando tasas de distribución de dividendos. La tasa de actualización, k , a menudo se estima con modelos de equilibrio como CAPM (*Capital Asset Pricing Model*), M-CAPM (*Multifactorial CAPM*) o APT (*Arbitrage Pricing Theory*) (Fama & French, 2004), con las ventajas y debilidades que presentan las pro-

puestas indicadas, que son tratadas profundamente en la literatura financiera (Berkman, 2013; Brown & Walter, 2013; Dempsey, 2013; Johnstone, 2013; Subrahmanyam, 2013). Otra limitación se encuentra en determinar el valor de V_n , ya que tanto el horizonte temporal en el cual se produce el corte de la proyección explícita de dividendos como el valor esperado del título es aleatorio, no determinístico. En tal sentido, los modelos DD se clasifican en determinísticos y estocásticos, conforme serán tratados a continuación.

2.2 Modelos determinísticos

La característica de este grupo consiste en trabajar con crecimiento del dividendo y tasa de costo de capital. La evolución puede ser aritmética o geométrica; con única etapa o varias etapas de crecimiento. El trabajo se concentrará en los modelos geométricos siendo las ecuaciones correspondientes a los modelos de descuento de dividendos en progresión aritmética, desarrolladas en el Anexo.

En el caso de crecimiento constante, este es denotado como g representado en tasa de crecimiento, siendo la corriente de dividendos proyectada la siguiente: $D_1 = D_0(1 + g)^1$; $D_2 = D_0(1 + g)^2$; $D_3 = D_0(1 + g)^2 \dots D_n = D_0(1 + g)^n$. Proyectando hasta un horizonte indeterminado de tiempo hace que la expresión se transforme en la que se expresa en la ecuación 2.

$$V_{D,1}^G = \frac{D_0}{k - g} \quad \text{Ecuación 2}$$

Cuando se quiere trabajar con el crecimiento representativo del ciclo de vida del negocio, es menester trabajar con modelos de crecimiento en varias etapas. Son comunes las formulaciones que plantean dos y tres etapas de crecimiento, donde las fases iniciales se proyectan tasas de crecimiento vinculadas a negocios en expansión para estabilizarse gradualmente. Las primeras etapas son conocidas como crecimiento explícito finito exteriorizando la corriente de dividendos, la última fase supone un crecimiento constante estable y perpetuo. En el caso del modelo con dos etapas se plantea una tasa de crecimiento inicial alta, producto de ganancias anormales, para luego estabilizar las ganancias en niveles normales del sector al cual corresponde la firma objeto de valuación.

$$V_{D,2}^G = \frac{D_0(1 + g_1)}{k - g_1} \left[1 - \left(\frac{1 + g_1}{1 + k} \right)^T \right] + \frac{D_T}{(1 + k)^T} \quad \text{Ecuación 3}$$

En la ecuación 3, $D_T = D_0(1 + g_1)^{T-1}$, con tasa de crecimiento g_1 y g_2 según las dos etapas planteadas. Si se trabaja con tres etapas, la segunda fase opera como transición hacia la estabilización.

$$V_{D,3}^G = \frac{D_0(1 + g_1)}{k - g_1} \left[1 - \left(\frac{1 + g_1}{1 + k} \right)^T \right] + \frac{1}{(1 + k)^T} \frac{D_T(1 + k)^N}{k - g_2} \left[1 - \left(\frac{1 + g_2}{1 + k} \right)^T \right] + \frac{1}{(1 + k)^N} \frac{D_N}{k - g_3} \quad \text{Ecuación 4}$$

La transición de la primera a la segunda etapa se plantea como $D_T = D_0 (1 + g_1)^{T-1}$ y de la segunda a la tercera etapa con la corriente $D_N = D_0 (1 + g_1)^T (1 + g_2)^M$ y el horizonte final $N = T + M$.

2.3 Modelos estocásticos

Este grupo de modelos supone un comportamiento estocástico en la corriente de flujos de dividendos proyectada. El grupo se divide en dos versiones, la primera se plantea en términos de modelo binomial (Hurley & Johnson, 1997; Hurley & Johnson, 1998) donde se supone que el dividendo crece o decrece a una tasa constante. El modelo binomial se adapta a versiones aritmética (aditiva) o geométrica (multiplicativa). Igual que en el caso determinístico las versiones aditivas son desarrolladas el anexo. En el caso de la versión geométrica esta se plantea en la ecuación 5, para los periodos $t=1,2,\dots,n$.

$$D_{t+1} = \begin{cases} D_t(1 + g) & \text{con probabilidad } q \\ D_t & \text{con probabilidad } 1 - q \end{cases} \quad \text{Ecuación 5}$$

En el caso de la versión geométrica esta se plantea de la siguiente manera: D_{t+1} se presenta en dos escenarios, $D_t(1 + g)$ con probabilidad q y se mantiene igual D_t con probabilidad $1 - q$. Bajo estos supuestos el valor presente esperado de los dividendos para el primer periodo se determina en la ecuación 6.

$$V_{E,1}^G = q \left[\frac{D_0(1 + g) + V_{E,1}^G(D_0(1 + g))}{1 + k} \right] + (1 - q) \left[\frac{D_0 + V_{E,1}^G(D_0)}{1 + k} \right] \quad \text{Ecuación 6}$$

La ecuación funcional, en el caso de un crecimiento determinístico binomial a perpetuidad, se expresa en la ecuación 7.

$$V_{E,1}^G = \frac{D_0(1 + qg)}{k - qg} \quad \text{Ecuación 7}$$

El desvío estándar se muestra en la ecuación 8 (Hurley & Fabozzi, 1998; Agosto & Moretto, 2015a; Agosto, Mainini & Moretto, 2015b).

$$\text{Var}(V_{E,1}^G) = \frac{g^2 q(1 - q)}{(1 + k)^2 - (1 - qg)^2 - g^2 q(1 - q)} \left[\frac{(1 + k)^2 D_0^2}{(k - qg)^2} \right] \quad \text{Ecuación 8}$$

Siendo el desvío $\sigma_v = \sqrt{\text{Var}(V_{E,1}^G)}$.

Se permite fijar un intervalo de confianza del valor presente, por ejemplo a 1, 2, 3 desvíos suponiendo comportamiento normal de las variables aleatorias, $IC = [V_{E,1}^G - n \times \sigma_v; V_{E,1}^G + n \times \sigma_v]$

La ecuación anterior es una generalización del modelo de Gordon; aplicable a títulos con crecimiento constante.

Nuevamente se suponen dos horizontes, T ($g_T; q_T$) y N ($g_N; q_N$) y normalmente $g_T > g_N$ con una primer etapa de crecimiento por encima de la media de sector y la etapa final de retornos normales. Bajo estos supuestos el modelo se plantea en la ecuación 9.

$$V_{E,2}^G = D_0 \left[\frac{1 + g_T q_T}{k - g_T q_T} \right] + \left[\frac{1 + g_T q_T}{1 + k} \right]^T \times \left[\frac{D_0(1 + g_N q_N)}{k - g_N q_N} - \frac{D_0(1 + g_T q_T)}{k - g_T q_T} \right] \quad \text{Ecuación 9}$$

Si $q_T = q_N = 1$ el modelo devuelve el mismo resultado que la versión determinística del modelo de dos etapas. Si $q_T = q_N$ y $g_T = g_N$ se obtiene el mismo resultado que el modelo estocástico en una etapa. Finalmente si $q_T = q_N = 1$ y $g_T = g_N$ se obtiene la versión determinística con crecimiento perpetuo.

2.4 Valor esperado e intervalos de confianza en la predicción del valor. Simulación del crecimiento

Siguiendo a Hurley (2013), supóngase que $\tilde{\gamma} = 1 + \tilde{g}$, es una variable aleatoria que representa el crecimiento del dividendo con probabilidad q o $1-q$. La función de densidad de este proceso es $f(\gamma)$ y un primer momento estocástico $\bar{\gamma} = E(\gamma) = 1 + \bar{g}$, donde $\bar{g} = E(\tilde{g})$. El proceso estocástico geométrico de Bernoulli (GeoBP). Para estimar el valor promedio de la acción, suponiendo este proceso, se debe resolver la ecuación 10.

$$\bar{V}_G(D_0) = q \int \left[\frac{D_0(\gamma) + \bar{V}_G(D_0(\gamma))}{1 + k} \right] f(\gamma) d\gamma + (1 - q) \left[\frac{D_0 + \bar{V}_G(D_0)}{1 + k} \right] \quad \text{Ecuación 9}$$

Donde el segundo término es el caso donde los dividendos permaneces iguales y el primer término representa el incremento aleatorio (γ), siendo el valor para un periodo $D_0(\gamma) + \bar{V}_G(D_0(\gamma))$, descontado a la tasa k e integrado por $f(\gamma)$. Los valores obtenidos son ponderados por su probabilidad de ocurrencia ($q, 1-q$).

El cálculo del primer momento brinda un punto de partida para estimar el probable valor, no obstante es de utilidad calcular su desvío para obtener un intervalo de confianza y con esto calcular una banda de posibles valores. Suponiendo que las distribuciones de los valores presentes de la acción son normales se puede calcular el segundo momento estocástico $E(V_G^2)$.

El proceso estocástico que sigue el crecimiento del dividendo y, por ende, el precio en las acciones, evidencia asimetría y curtosis (Alonso y Arcos, 2006; León Mencia & Sentaria, 2007; Milanese, 2013; Guimarães Dias, 2015). Consecuentemente se sugiere el uso de simulación Montecarlo para la estimación de intervalos de confianza. Hurley (2013)² plantea la siguiente expresión para simular crecimiento geométrico:³

$$\bar{V}_G = \frac{(1 - p + p\bar{\gamma})}{k + p - p\bar{\gamma}} D_0 \quad \text{Ecuación 11}$$

La expresión anterior es la versión general de otros modelos, como el modelo de Gordon. Si se asume que $\bar{\gamma} = 1 + \bar{g}$, reemplazando en la ecuación 11 se obtiene la ecuación 12.

$$\bar{V}_G = \frac{(1 + p\bar{g})}{k - p\bar{g}} D_0 \quad \text{Ecuación 12}$$

² El desarrollo de las expresiones se encuentra en Hurley (2013) pp 276-278.

³ La versión aritmética se desarrolla en el anexo

Donde $p\bar{g}$ es la tasa esperada de crecimiento geométrico, entonces \bar{V}_G es un valor esperado similar al generado por el modelo de Gordon (ecuación 2).

3. Metodología

Con el fin de probar el grado de ajuste de los modelos y capacidad predictiva se trabajó con la serie histórica del índice Merval correspondiente al mercado de capitales argentino, por considerarse representativa del comportamiento correspondiente a los principales activos financieros. En otras palabras, la mayoría de los activos financieros que componen la cartera por su alto nivel de liquidez, generalmente presentan las características de ser acciones líderes. Consecuentemente, su comportamiento a mediano plazo marca la tendencia del mercado doméstico y de la evolución de los diferentes sectores productivos locales. Con el fin de aplicar los modelos de crecimiento, se supone que las inversiones son realizadas a un mes, comparando los resultados proyectados por el modelo (t_0) y los observados (t_1). El periodo de análisis abarca la serie de tiempo desde 1/07/2016 al 1/06/2018, contrastado los resultados de los modelos con los valores observados del índice Merval al primer día hábil del siguiente mes, intervalo de tiempo comprendido entre 1/08/2016 al 1/07/2018 respectivamente.⁴

Se supone que la tasa de rendimiento requerido (k) sobre la cartera de mercado está representada por rendimientos observados correspondientes al índice Merval. Al ser considerada por algunos practicantes como *proxie* de la cartera de mercado doméstica, sus rendimientos representan la prima por riesgo de mercado y su coeficiente beta (β) es igual a 1.⁵ La ecuación $k = r_f + [E(r_m) - r_f]\beta_m$, se reduce a $k = E(r_m)$.

En primer lugar se calculó la variación mensual del índice, $\Delta_{m(t)} = i_{m(t)}/i_{m(t-1)}$. Seguidamente, para cada mes correspondiente al intervalo de tiempo se determina el valor promedio mensual móvil aritmético. Se toma como punto fijo inicial del intervalo de rendimientos la primera variación observada $\Delta_{m(8/2008)} = i_{m(8/2008)}/i_{m(7/2008)}$ y como observación final el periodo que se está analizando. Al ser móvil y fija respecto de su punto inicial es incremental en relación a la cantidad de observaciones a medida que se avanza en el tiempo. En relación a los modelos estocásticos, se supone dos escenarios éxito y fracaso, su frecuencia es determinada en base a observaciones históricas móviles, siguiendo similar procedimiento a los rendimientos medios, asumiendo que éxito es provocado por los ascensos del índice respecto del periodo anterior,⁶ obteniéndose los valores para q y $(1 - q)$ respectivamente. En la tabla 1 se presentan los datos correspondientes a rendimientos, números de éxitos, fracasos y probabilidades.

⁴ <https://es.us.finanzas.yahoo.com/quote/%5EMERV/history?period1=1199152800&period2=1530327600&interval=1mo&filter=history&frequency=1mo>

⁵ Por definición beta representa el riesgo sistémico del activo y matemáticamente es el cociente entre la covarianza de los rendimientos del *íésimo* activo en relación al mercado sobre la varianza de los rendimientos de mercado $\beta_i = \text{cov}(r_i, r_m)/\text{var}(r_m)$. En el caso del beta de mercado este resulta ser $\beta_m = \text{cov}(r_m, r_m)/\text{var}(r_m)$, siendo $\text{cov}(r_m, r_m) = \text{var}(r_m)$, entonces el coeficiente es igual a 1.

⁶ Cabe destacar que en el escenario de fracaso se supone no pago de rendimientos.

Tabla 1: Rendimientos mensuales, éxitos, fracasos y probabilidades serie 1-7-2016, 1-6-2018

Fecha	Rendimientos móviles	Éxitos	Fracasos	Observaciones	q	1-q
1/6/2018	2,761%	68	50	118	0,576	0,424
1/5/2018	2,861%	68	49	117	0,581	0,419
1/4/2018	2,927%	68	48	116	0,586	0,414
1/3/2018	2,983%	68	47	115	0,591	0,409
1/2/2018	3,060%	68	46	114	0,596	0,404
1/1/2018	3,136%	68	45	113	0,602	0,398
1/12/2017	3,136%	67	45	112	0,598	0,402
1/11/2017	2,940%	66	45	111	0,595	0,405
1/10/2017	3,001%	66	44	110	0,600	0,400
1/9/2017	2,963%	65	44	109	0,596	0,404
1/8/2017	2,892%	64	44	108	0,593	0,407
1/7/2017	2,833%	63	44	107	0,589	0,411
1/6/2017	2,874%	63	43	106	0,594	0,406
1/5/2017	2,920%	63	42	105	0,600	0,400
1/4/2017	2,887%	62	42	104	0,596	0,404
1/3/2017	2,879%	61	42	103	0,592	0,408
1/2/2017	2,848%	60	42	102	0,588	0,412
1/1/2017	2,873%	59	42	101	0,584	0,416
1/12/2016	2,775%	58	42	100	0,580	0,420
1/11/2016	2,834%	58	41	99	0,586	0,414
1/10/2016	2,872%	58	40	98	0,592	0,408
1/9/2016	2,844%	57	40	97	0,588	0,412
1/8/2016	2,806%	56	40	96	0,583	0,417
1/7/2016	2,845%	56	39	95	0,589	0,411

Con respecto a la tasa de crecimiento, se supone que se encuentra explicada por las expectativas de mercado. En tal sentido se usaron dos indicadores de expectativas: el relevamiento de expectativas macroeconómicas elaborado por el Banco Central de la República Argentina (REM-BCRA)⁷ y la tasa de rendimiento implícito correspondiente a los contratos de dólar futuro negociados en ROFEX a 6 meses. Respecto del primero, es seleccionado como representativo de crecimiento, la tasa nominal esperada de variación del índice de precios al consumidor IPC nivel general. La expectativa anual correspondiente a la variación del IPC es transformada a su tasa equivalente mensual, tal que $\bar{g}_{IPC} = E(\tilde{g}) = (1 + E(IPC_A))^{1/12} - 1$ y su desvío como $\sigma(IPC_A)/\sqrt{12}$. La tabla 2 resume la serie de tasas de crecimiento esperadas sobre expectativas de variación del índice de precios al consumidor.

⁷ http://www.bcra.gov.ar/PublicacionesEstadisticas/Relevamiento_Expectativas_de_Mercado.asp.

Tabla 2: Tasa de crecimiento: REM expectativas IPC a 12 meses, mensual y desvío, 30-6-2016 al 29-06-2018

Fecha	Anual		Mensual	
	Promedio	Desvío	Promedio	Desvío
30/6/2016	21,56%	2,45%	1,64%	0,71%
29/7/2016	21,85%	1,73%	1,66%	0,50%
31/8/2016	21,39%	2,30%	1,63%	0,66%
30/9/2016	20,58%	2,25%	1,57%	0,65%
31/10/2016	19,51%	2,20%	1,50%	0,63%
30/11/2016	19,69%	1,96%	1,51%	0,57%
29/12/2016	19,61%	2,35%	1,50%	0,68%
31/1/2017	19,36%	1,97%	1,49%	0,57%
24/2/2017	19,00%	1,57%	1,46%	0,45%
31/3/2017	18,24%	1,58%	1,41%	0,46%
28/4/2017	17,50%	1,68%	1,35%	0,48%
31/5/2017	17,51%	1,73%	1,35%	0,50%
30/6/2017	17,05%	1,58%	1,32%	0,46%
31/7/2017	17,35%	1,47%	1,34%	0,42%
31/8/2017	17,10%	1,64%	1,32%	0,47%
29/9/2017	16,97%	1,45%	1,31%	0,42%
31/10/2017	17,33%	1,66%	1,34%	0,48%
30/11/2017	17,59%	1,63%	1,36%	0,47%
28/12/2017	16,98%	1,50%	1,32%	0,43%
31/1/2018	18,53%	1,15%	1,43%	0,33%
28/2/2018	18,03%	1,49%	1,39%	0,43%
28/3/2018	17,96%	1,44%	1,39%	0,42%
27/4/2018	18,30%	2,17%	1,41%	0,63%
31/5/2018	22,55%	2,96%	1,71%	0,85%
29/6/2018	24,30%	2,46%	1,83%	0,71%

La segunda alternativa para estimar la tasa de crecimiento la constituye el rendimiento implícito de los contratos de dólar futuro a 6 meses negociados en ROFEX⁸. El tipo de cambio contado spot BCRA A3500 estipulados en tales contratos, se utiliza para calcular la tasa de rendimiento implícita contra el valor del contrato futuro. Dicho rendimiento, en principio, es un indicio de la expectativa futura relativa a la variación esperada en el tipo de cambio. La teoría de paridad de tipo de interés, relación empleada para estimar el valor teórico de los contratos, devenga la tasa de rendimiento implícita, $F_t/S_t = [(1 + E(r_l))/(1 + E(r_x))] - 1$. (Milanesi, 2016, 2017). Donde F_t y S_t representan el tipo de cambio futuro y contado para cada intervalo, $E(r_l)$ y $E(r_x)$ las tasas esperadas local y extranjera. La tasa de rendimiento implícita equivalente mensual, es $\bar{g}_{u\$} = E(\tilde{g}) = (F_t/S_t)^{1/6} - 1$. La tabla 3 expone la serie de datos.

⁸ <https://www.rofex.com.ar/cem/Fyo.aspx>

Tabla 3: Tasa de crecimiento: Futuro versus Spot 6 meses ROFEX, rendimiento anual y mensual desvío, 30-6-2016 al 29-06-2018

Fecha	Spot	Futuro	Rendimiento 6 meses	Rendimiento 1 mes
29/6/2018	28,86	33,35	15,55%	2,44%
31/5/2018	24,95	28,50	14,24%	2,24%
27/4/2018	20,69	22,80	10,19%	1,63%
28/3/2018	20,14	21,88	8,60%	1,38%
28/2/2018	20,12	21,95	9,12%	1,47%
31/1/2018	19,65	21,21	7,90%	1,28%
29/12/2017	18,77	20,16	7,38%	1,19%
30/11/2017	17,38	19,05	9,58%	1,54%
31/10/2017	17,67	19,45	10,07%	1,61%
29/9/2017	17,32	18,94	9,36%	1,50%
31/8/2017	17,37	18,80	8,26%	1,33%
31/7/2017	17,67	19,19	8,60%	1,38%
30/6/2017	16,60	17,87	7,66%	1,24%
31/5/2017	16,14	17,41	7,86%	1,27%
28/4/2017	15,43	16,73	8,45%	1,36%
31/3/2017	15,38	16,58	7,76%	1,25%
24/2/2017	15,46	16,71	8,12%	1,31%
31/1/2017	15,91	17,08	7,34%	1,19%
30/12/2016	15,85	17,52	10,53%	1,68%
30/11/2016	15,84	17,34	9,47%	1,52%
31/10/2016	15,17	16,48	8,60%	1,39%
30/9/2016	15,26	16,40	7,45%	1,20%
31/8/2016	14,90	16,45	10,40%	1,66%
29/7/2016	15,04	16,46	9,41%	1,51%
30/6/2016	14,92	16,47	10,39%	1,66%

Finalmente, el dividendo inicial para cada periodo (D_t), se supone equivalente al producto entre el crecimiento esperado y el valor del índice al comienzo del periodo, tal que en el caso de crecimiento supuesto a partir de las expectativas sobre el índice de precios se tiene la expresión de la ecuación 13.

$$D_{ipc\ t} = \overline{g_{IPC}} \times I_t \quad \text{Ecuación 13}$$

Con respecto a los dividendos estimados a partir del rendimiento implícito esperado en los contratos futuros se tiene la ecuación 14.

$$D_{u\$t} = \overline{g_{u\$}} \times I_t \quad \text{Ecuación 14}$$

Además de emplear el modelo binomial, es empleada el método de simulación Montecarlo mediante el aplicativo R, versión 3.4.4 para la última estimación puntual (1/6/2018). Son proyectados 1000 periodos siguiendo un proceso de Bernoulli, realizando 10.000 pruebas. Las variables empleadas son: $E(\bar{g}_i) = 1,64\%$ y $\sigma_i = 0,71\%$ en el caso del REM-IPC, para tasa de crecimiento estimada en base a rendimiento implícito dólar es $E(\bar{g}_\$) = 2,44\%$ y $\sigma_\$ = 0,302\%$. En este caso estimado a partir del desvío de las observaciones históricas, se supone normalidad en el comportamiento. En el anexo III se plantea el conjunto de ecuaciones empleadas en el aplicativo.

A partir de las variables desarrolladas, las ecuaciones empleadas quedan planteadas de la siguiente manera:

a) Crecimiento geométrico en una etapa basado en expectativa de variación de precios

$$I_{t+1}^{G(ipc)} = \frac{D_{ipc\ t}}{k - \bar{g}_{IPC}} \quad \text{Ecuación 15}$$

b) Crecimiento geométrico en una etapa basado en expectativa de rendimiento implícitos contratos futuros

$$I_{t+1}^{G(u\$)} = \frac{D_{u\$ \ t}}{k - \bar{g}_{u\$}} \quad \text{Ecuación 16}$$

c) Crecimiento geométrico binomial basado en expectativa de variación de precios

$$E(I_{t+1}^{G(ipc)}) = \frac{D_{ipc\ t}(1 + q\bar{g}_{IPC})}{k - q\bar{g}_{IPC}} \quad \text{Ecuación 17}$$

d) Crecimiento geométrico binomial basado en expectativa de rendimiento implícitos contratos futuros

$$E(I_{t+1}^{G(u\$)}) = \frac{D_{u\$ \ t}(1 + q\bar{g}_{u\$})}{k - q\bar{g}_{u\$}} \quad \text{Ecuación 17}$$

La varianza correspondiente a la hipótesis de crecimiento basada en las expectativas inflacionarias se muestra en la ecuación 19.

$$\text{Var}(I_{t+1}^{G(ipc)}) = \frac{\bar{g}_{IPC}^2 q(1 - q)}{(1 + k)^2 - (1 - q\bar{g}_{IPC})^2 - \bar{g}_{IPC}^2 q(1 - q)} \left[\frac{(1 + k)^2 D_{ipc\ t_0}^2}{(k - q\bar{g}_{IPC})^2} \right] \quad \text{Ecuación 19}$$

La varianza correspondiente a la hipótesis de crecimiento basada rendimientos implícitos se expresa en la ecuación 20.

$$\text{Var}(I_{t+1}^{G(u\$)}) = \frac{\bar{g}_{u\$}^2 q(1 - q)}{(1 + k)^2 - (1 - q\bar{g}_{u\$})^2 - \bar{g}_{u\$}^2 q(1 - q)} \left[\frac{(1 + k)^2 D_{u\$ \ t_0}^2}{(k - q\bar{g}_{u\$})^2} \right] \quad \text{Ecuación 20}$$

Los intervalos de confianza para cada periodo son estimados al 67%, 95% y 99% de confianza $IC = [E(I_{t+1}) \pm n \times \sigma_{t+1}]$. Adicionalmente, se estimó la matriz entre valores observados del índice y resultados arrojados por las ecuaciones 15 a 18. Los valores del índice fueron

regresados contra la serie de tiempo generada por las ecuaciones 17 y 18, con el fin de calcular coeficientes de determinación y significatividad estadística para los estadísticos t y F, mediante ajuste mínimo cuadrados (OLS)⁹

$$I_{\text{merval}(t+1)} = \alpha + \beta \text{DDE}_{(t)} + \varepsilon_t \quad \text{Ecuación 21}$$

Finalmente, mediante simulación Montecarlo, se procede a utilizar las ecuaciones 22 y 23.

$$\overline{I_{7/18}^{G(\text{ipc})}} = \frac{(1 + p\bar{g}_{\text{IPC6/18}})}{k - p\bar{g}_{\text{IPC6/18}}} D_{\text{ipc } 6/2018} \quad \text{Ecuación 22}$$

$$\overline{I_{7/18}^{G(\text{u}\$)}} = \frac{(1 + p\bar{g}_{\text{u}\$6/18})}{k - p\bar{g}_{\text{u}\$6/18}} D_{\text{ipc } 6/2018} \quad \text{Ecuación 23}$$

4. Resultados

En la presente sección son informados los resultados obtenidos producto de implementar la metodología explicada en el punto anterior. La tabla 4 expone la serie de tiempo de valores observados del índice en el instante $t+1$, y valores estimados con las cuatro propuestas en el instante t . En el caso de los modelos determinísticos, evidencian un comportamiento exponencial creciente, acentuándose para la versión que calcula el crecimiento esperado empleando rendimiento implícito del tipo de cambio futuro. Similares conclusiones son aplicables a los modelos estocásticos. En particular, para los últimos meses, producto de las expectativas crecientes del mercado doméstico en relación a la evolución del valor de la divisa.

Los modelos estocásticos representan un mejor ajuste que sus pares determinísticos, al ser comparados con los resultados observados. Sin embargo, y producto de utilizar los valores observados del periodo anterior, en relación a dividendos, los cuatro modelos replican la pauta de comportamiento del índice. En la tabla 5 se expone la matriz de correlación entre rendimientos del Merval y los rendimientos estimados.

Tabla 4: Matriz de correlación valores observados y estimados

Matriz	Merval
Merval	1
DDD IPC	0,4385937
DDD F	0,2610445
DDE IPC	0,72298487
DDE F	0,59148116

⁹ Se utilizó el aplicativo MS Excel ® menú datos, análisis de datos, regresión.

Tabla 5: Valores observados y proyectados DD determinísticos y estocásticos IPC-F

Observados		Fecha	Determinístico		Estocástico	
Fecha	MERVAL		DDM IPC	DDM F	DDM IPC	DDM F
1/7/2018	27703,01	1/6/2018	42294,2605	137708,687	25298,1274	33272,2361
1/6/2018	26037,01	1/5/2018	27769,7875	65286,0743	19895,3592	26211,8598
1/5/2018	28558,83	1/4/2018	26980,4206	32070,4069	19823,8295	21296,0945
1/4/2018	30006,35	1/3/2018	27175,3175	27060,4606	20191,4799	20153,4045
1/3/2018	31114,93	1/2/2018	28852,6929	29551,5228	21511,5723	21743,2227
1/2/2018	33010,90	1/1/2018	25250,7352	24704,9848	19762,7550	19556,1405
1/1/2018	34938,64	1/12/2017	23009,4531	21049,6744	17741,2990	16999,7490
1/12/2017	30065,61	1/11/2017	22550,6151	25695,4101	16965,6308	17960,7651
1/11/2017	26905,26	1/10/2017	21786,7670	26436,3470	16737,2663	18233,4046
1/10/2017	27935,28	1/9/2017	21079,8648	23660,2619	16019,2807	16863,1113
1/9/2017	26078,29	1/8/2017	20415,8884	20287,2514	15213,7900	15170,7666
1/8/2017	23588,98	1/7/2017	18855,6911	19689,6517	13979,8831	14246,4910
1/7/2017	21582,40	1/6/2017	19508,0002	18129,4249	14447,3405	13973,5310
1/6/2017	21912,63	1/5/2017	19305,9765	18314,2217	14464,5901	14116,4135
1/5/2017	22348,61	1/4/2017	19950,7873	19363,1637	14543,4119	14351,8445
1/4/2017	21019,91	1/3/2017	20856,8056	18200,015	14818,3552	13950,7851
1/3/2017	20265,32	1/2/2017	20858,2977	18467,9377	14518,1848	13779,3599
1/2/2017	19117,45	1/1/2017	20912,5249	17000,5831	14487,1585	13238,6734
1/1/2017	19062,59	1/12/2016	20158,2160	23377,6320	13552,4103	14328,7698
1/12/2016	16917,86	1/11/2016	19508,7899	19845,3076	13449,7862	13543,5117
1/11/2016	17442,40	1/10/2016	21289,2556	18612,4323	14387,8363	13597,1006
1/10/2016	17610,13	1/9/2016	22331,6897	16558,1693	14524,4295	12799,1076
1/9/2016	16675,68	1/8/2016	22686,1696	22723,8528	14280,3106	14289,0847
1/8/2016	15649,47	1/7/2016	21515,9402	19410,3142	13935,3067	13375,9965

Los mayores valores de correlación positiva son arrojados por los modelos estocásticos, siendo el DDE basada en el relevamiento de expectativas del IPC el de mayor correlación. El gráfico de ilustración 1 muestra el comportamiento y tendencia de los modelos, además incorpora la curva de tendencia suavizada exponencial correspondiente a las observaciones del índice.

La tabla 6 expone los resultados correspondientes a los estadísticos de regresión (ecuación 21).

**Ilustración 1: Valores proyectados y observados Merval
(DD determinístico IPC-F) (DD estocástico IPC-F)**

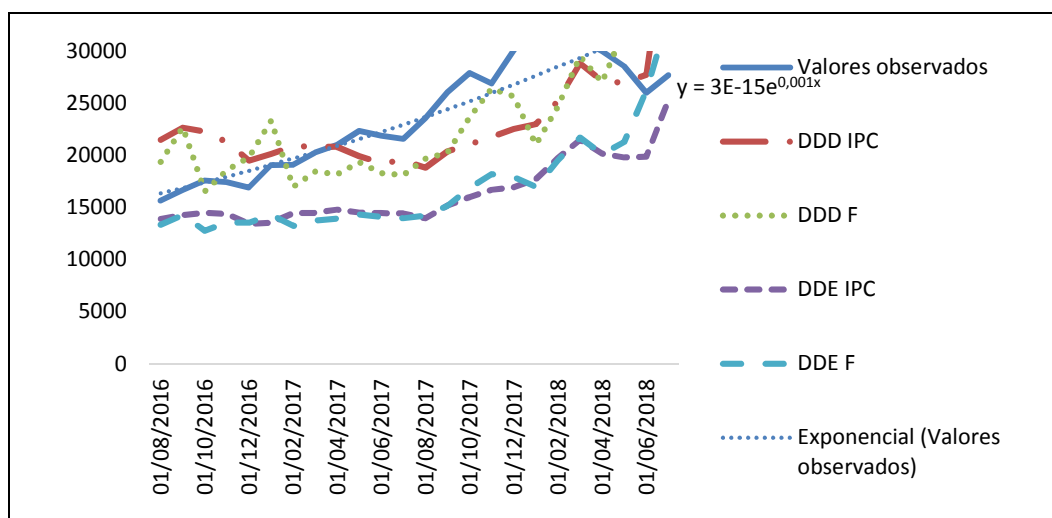
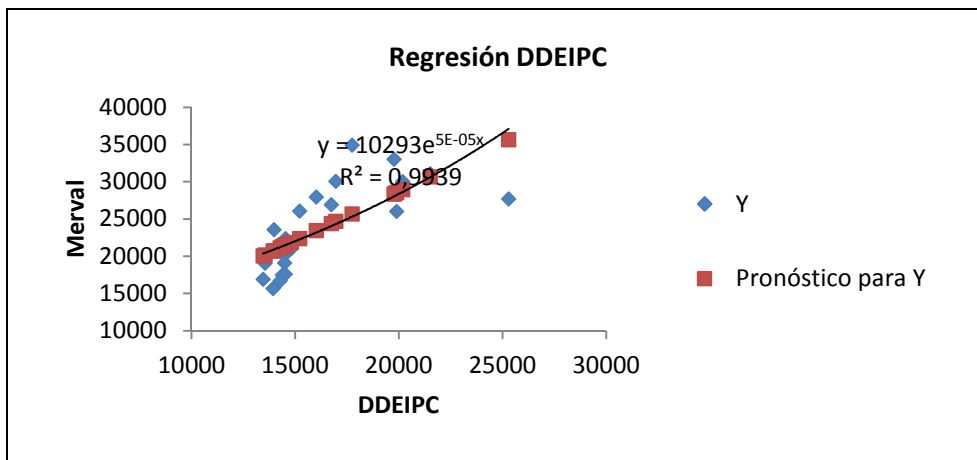
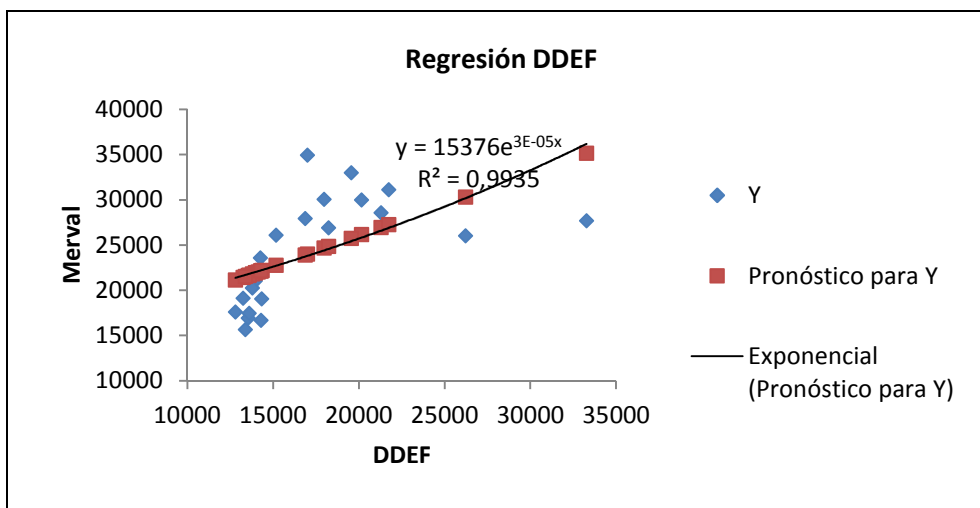


Tabla 6: OLS estadísticos de regresión DDE IPC – F

Estadísticos de regresión	DDEIPC	DDEF
Coef.Corr.	72,30%	59,15%
R2	52,27%	34,98%
R2 ajustado	50,10%	32,03%
alfa	2299,293665	12376,0494
beta	1,31888301	0,68424365
t-alfa	0,511913979	3,53187986
t-pendiente	4,908491864	3,44068932
p-value T alfa	0,613812	0,00187496
p-value T pendiente	0,000066	0,00233311
F	24,09329238	11,838343
p-value F	0,00006577	0,00233311

El modelo estocástico basado en expectativas de crecimiento ajusta mejor a los datos observados, con un r^2 del 52% y significatividad estadística de la pendiente ($t=4,9$ y $p=0,0000066$) y las variables conjuntas ($F=24,09$ y $p=0,00006577$). Si se presume comportamientos lineales en el corto plazo, las ecuaciones de pronósticos son $I_{merval(t+1)} = 2299 + 1,31DDE_{IPC(t)} + \varepsilon_t$ y $I_{merval(t+1)} = 12376 + 0,8DDE_{F(t)} + \varepsilon_t$, respectivamente.

En este caso la curva exponencial ajusta con la ecuación, $Merval_{(t+1)} = 10293e^{5E-05DDIPC_{(t)}}$ siendo $Merval_{(t+1)} = 15376e^{3E-05DDF_{(t)}}$ en el segundo caso.

Ilustración 2: Regresión DDE-IPC (2016-2018)**Ilustración 3: Regresión DDE-F (2016-2018)**

Fueron calculados los intervalos de confianza relativos al valor esperado arrojado por los modelos estocásticos, utilizando las ecuaciones 19 y 20. La tabla con los resultados y gráficos se expone en el anexo II. Cabe destacar que los movimientos observados del índice fueron más pronunciados que, en términos comparativos, la suavizada evolución de los resultados arrojados por las ecuaciones 17 y 18, conforme puede apreciarse en los gráficos. Los resultados arrojados por la simulación se exponen en la tabla 7.

Tabla 7: Resultados de la simulación

Intervalo	confianza 90%	confianza 95%	confianza 99%
REM-IPC	(22760.51; 26935.84)	(22444.15; 27417.02)	(21807.34; 28292.57)
Dólar Futuro	(42066.58; 53600.37)	(41212.62; 54903.43)	(39374.04; 57427.60)

Reforzando los resultados obtenidos en la regresión, los intervalos de confianza al 95% y 99% utilizando el REM IPC en el modelo geométrico estocástico presenta mejor capacidad predictiva, en relación a los valores observados. Esto se puede apreciar en los gráficos 4 y 5 de la simulación.

Ilustración 2: Histograma de frecuencias Simulación Montecarlo R.V.3.4.4 IPC

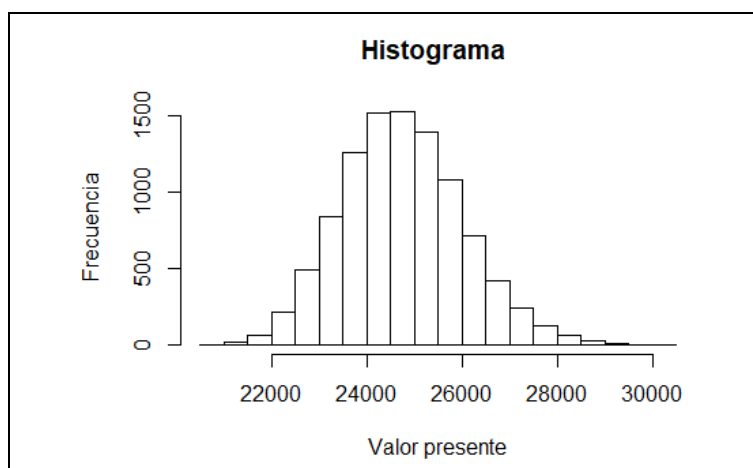
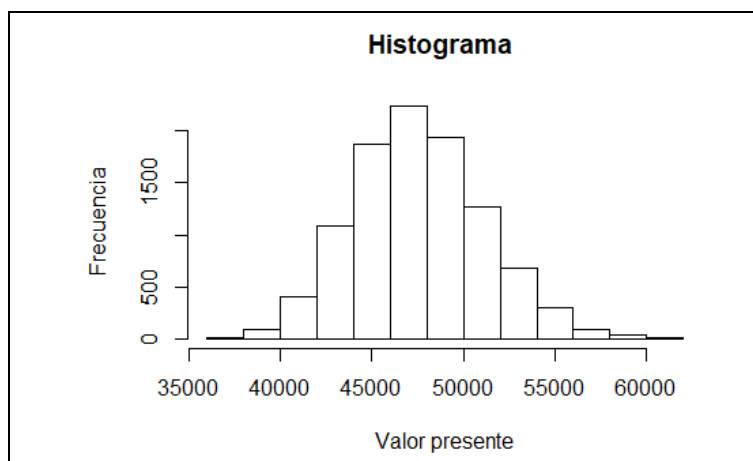


Ilustración 5: Histograma de frecuencias Simulación Montecarlo R.V.3.4.4 Dólar Futuro



La evolución de la tendencia correspondiente al Merval en el mediano plazo, es explicada en un porcentaje significativo por las expectativas inflacionarias existentes en el mercado doméstico. Paralelamente, son las versiones estocásticas del modelo de descuento de dividendos con crecimiento geométrico, las que presentan mayor poder predictivo. En efecto, suponiendo normalidad en el comportamiento de las variables aleatorias y empleando expectativas de mercado, es posible obtener resultados que se ajusten a los valores observados.

5. Conclusiones

El modelo de descuento de dividendos es una de las primeras herramientas analizadas en los cursos de finanzas. Conceptualmente el modelo explica el valor intrínseco de la acción a mediante el valor actual de la corriente futura de dividendos esperados. Tal idea es constituye raíz de los modelos de descuento de flujos de fondos empleados en la valoración de empresas. Las variedades de modelo dependen del supuesto adoptado para proyectar el crecimiento (aritmético o geométrico) y del comportamiento de las variables (determinístico o estocástico).

Los resultados obtenidos indican que la versión geométrica, en sus formas determinísticas y estocásticas copiaron, de manera suavizada, la tendencia evidenciada por el índice Merval a lo largo del intervalo de tiempo. No obstante el mejor ajuste lo presenta el modelo estocástico. Tal aseveración se apoya en los resultados obtenidos en la matriz de correlación, intervalos de confianza y regresiones. Ahora bien, una variable crítica del modelo la constituye la proyección del crecimiento. Según la evidencia obtenida, durante el intervalo de tiempo estudiado, el relevamiento de expectativas REM-IPC se constituyó en un mejor predictor que la tasa de rendimiento implícita contenida en los contratos de dólar futuro. Los resultados obtenidos en la simulación, para intervalos con un 95% y 99% de confianza capturaron el valor observado a través del modelo de pronóstico. La evolución de la tendencia correspondiente al Merval en el mediano plazo, es explicada en un porcentaje significativo por las expectativas inflacionarias existentes en el mercado doméstico. Paralelamente, son las versiones estocásticas del modelo de descuento de dividendos con crecimiento geométrico, las que presentan mayor poder predictivo. En efecto, suponiendo normalidad en el comportamiento de las variables aleatorias y empleando expectativas de mercado, es posible obtener resultados que se ajusten a los valores observados.

REFERENCIAS

- Alonso, J. y Arcos, M.: (2006). *Cuatro hechos estilizados de las series de rendimientos: una ilustración para Colombia*. Estudios Gerenciales, 22, (100), 103-124.
- Agosto, A. & Moretto, E, 2015a. *Variance matters (in stochastic dividend discount models)*. Annals of Finance, 11 (2), pp. 283-295.
- Agosto, A, Mainini, A & Moretto, E, 2015b. *Stochastic Dividend Discount Model: A formula for the covariance of random stock prices*. https://www.researchgate.net/publication/308027039_Covariance_of_random_stock_prices_in_the_Stochastic_Dividend_Discount_Model, pp. 1-14.
- Berkman, H., 2013. *The Capital Asset Pricing Model: A revolutionary idea in Finance!*. Abacus The Journal of Accounting, Finance and Business Studies, Volumen 49, pp. 32-35.
- Bradley, M & Gregg, J, 2008. *Expected inflation and the constant growth valuation model*. Journal of Applied Corporate Finance, 20(2), pp. 66-78.
- Brealey, R, Myers, S & Allen, F, 2006. *Principles of Corporate Finance*. 8th Ed: McGraw Hill.
- Booth, L. (2007). *Capital cash flows, APV and valuation*. European Financial Management, 13 (1), 29-48.

- Brown, P & Walter T, 2013. *The CAPM: Theoretical validity, empirical intractability and practical applications*. Abacus The Journal of Accounting, Finance and Business Studies, Volumen 49, pp. 44-50.
- Cochrane, J., 2005. *Asset Pricing*. 2nd Ed. Princeton: Princeton University Press.
- Copeland, T., Koller, T & Murrin, J, 2000. *Valuation: Measuring and Managing the Value of Companies*. 3rd Ed. New York: Wiley.
- Damodaran, A. (2006). *Damodaran on Valuation* (2nd Ed). New York: John Wiley & Sons.
- Dempsey, M., 2013. *The Capital Asset Pricing Modelo (CAPM): The history of a failed revolutionary idea in Finance?*. Abacus The Journal of Accounting, Finance and Business Studies, Volumen 49, pp. 7-23.
- Fama, E. & French, K. (2004). *The capital asset pricing model: Theory and evidence*. Journal of Economics Perspectives, vol.18 no.3, p.25-46.
- Fernández, P. (2014). *Valoración de Empresas y Sensatez*, 3^a Ed. Barcelona: IESE Business School-Universidad de Navarra .
- Gordon, M. J., 1962. *The Investment, Financing and Valuation of the Corporation*. Illinois: Irwin Homewood.
- Guimarães Dias, M. A. (2015). *Análise de Investimentos com Opções Reais*. Rio de Janeiro: Editora Interciência Ltda.
- Hurley, W. & Fabozzi, F, 1998. *Dividend discount models*. En: F. Fabozzi (Ed). *Selected Topics in Equity Portfolio Management*. Pennsylvania: New Hope, pp. 107,124.
- Hurley, W. & Johnson, L, 1994. *A realistic dividend valuation model*. Financial Analyst Journal, 50(4), pp. 50-54.
- Hurley, W. & Johnson, L, 1997. *Stochastic two-phase dividend discount models*. Journal of Portfolio Management, 23(4), pp. 91-98.
- Hurley, W. & Johnson, L, 1998. *Generalized Markov dividend discount models*. Journal of Portfolio Management, 25(1), pp. 27-31.
- Hurley, W., 2013. *Calculating first moments and confidence intervals for generalized stochastic dividend discount models*. Journal of Mathematical Finance, Volumen 3, pp. 275-279.
- Johnstone, D., 2013. *The CAPM debate and the logic and philosophy of finance*. Abacus The Journal of Accounting, Finance and Business Studies, Volumen 49, pp. 1-6.
- León, A., Mencia, J. & Sentaria, E.: (2007). *Parametric Properties of Semi-Nonparametric Distributions, with application to Options Valuation*. Documento de Trabajo 0707 Banco de España, 9-30.
- Milanesi, G., 2013. *Teoría de opciones: Modelos específicos y aplicaciones para valorar estrategias, activos reales e instrumentos financieros*. Bahía Blanca: EDIUNS (Editorial Universidad Nacional del Sur) serie digital.
- Milanesi, G. (2013). *Asimetría y curtosis en el modelo binomial para valorar opciones reales: Caso de aplicación para empresas de base tecnológica*. Estudios Gerenciales Journal of Management and Economics for Iberoamerica, 29(128), 368-378
- Pratt, S. & Grabowski, R, 2008. *Cost of Capital: Applications and Examples*. 3rd Ed. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Ruback, R. (2002). *Capital Cash Flow: A simple approach to valuing risky cash flow*. Financial Management, 31(2), 85-103.
- Subrahmanyam, A., 2013. *Comments and perspectives on Capital Asset Pricing Model*. Abacus The Journal of Accounting, Finance and Business Studies, Volumen 49, pp. 79-81.
- Whaley, R., 2006. *Derivatives, Markets, Valuation and Risk Management*. New Jersey: John Wiley
- Wilmott, P. (2009). *Frequently Asked Questions in Quantitative Finance*. John Wiley

Yao, Y., 1997. *A trinomial dividend valuation model*. Journal of Portfolio Management, 23(4), pp. 99-103.

ANEXO I

En este anexo se desarrollan las ecuaciones correspondientes al modelo de descuento de dividendos planteando crecimientos aritméticos, determinísticos y estocásticos.

A.1 Determinístico

El crecimiento es denotado como Δ , representado en unidades monetaria. La corriente de dividendos es proyectada de la siguiente manera; $D_1 = D_0 + \Delta$; $D_2 = D_0 + 2\Delta$; $D_3 = D_0 + 3\Delta$... $D_n = D_0 + n\Delta$. Es una serie en progresión aritmética con $\lim_{n \rightarrow \infty}$ la expresión queda planteada en la ecuación A.1.

$$V_{D,1}^A = \frac{D_0 + \Delta}{k} + \frac{\Delta}{k^2} \quad \text{Ecuación A.1}$$

A.2 Crecimiento estocástico binomial aditivo

Supone que los dividendos crecen a una tasa fija expresada en unidades monetarias para los periodos $t=1,2,\dots,n$

$$D_{t+1} = \begin{cases} D_t + \Delta & \text{con probabilidad } q \\ D_t & \text{con probabilidad } 1 - q \end{cases} \quad \text{Ecuación A.2}$$

En donde, D_{t+1} presenta dos escenarios, $D_t + \Delta$ con probabilidad q y D_t con probabilidad $1-q$.

Bajo este supuesto el valor actual de la corriente futura para único periodo se expresa en ecuaciones A.3 y A.4.

$$V_{E,1}^A = q \left[\frac{D_0 + \Delta + V_{E,1}^A(D_0 + \Delta)}{1 + k} \right] + (1 - q) \left[\frac{D_0 + V_{E,1}^A(D_0)}{1 + k} \right] \quad \text{Ecuación A.3}$$

$$V_{E,1}^A = \frac{D_0}{k} + \left[\frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k^2} \right] \Delta p \quad \text{Ecuación A.4}$$

En la ecuación A.5 se plantea la situación de crecimiento en dos etapas, T ($\Delta_T; q_T$) y N ($\Delta_N; q_N$).

$$V_{E,2}^A = \frac{D_0 + \Delta_T q_T}{k} + \frac{1}{(1 + k)^n} \left[\frac{\Delta_T q_T - \Delta_N q_N}{k} + \frac{q_N \Delta_N}{k^2} \right] \quad \text{Ecuación A.5}$$

A.3 Primer momento estocástico. Modelos para simular.

En este caso el proceso es del tipo aritmético de Bernoulli (AriBP). En este caso, $\tilde{\Delta}$ es una variable aleatoria aditiva con función de densidad $f(\Delta)$ y primer momento $\bar{\Delta} = E(\Delta)$. Planteado para único periodo, se obtiene resolviendo la ecuación 6.

$$\bar{V}_A(D_0) = q \int \left[\frac{D_0 + (\Delta) + \bar{V}_A(D_0 + (\Delta))}{1 + k} \right] h(\Delta) d\Delta + (1 - q) \left[\frac{D_0 + \bar{V}_A(D_0)}{1 + k} \right] \quad \text{Ecuación A.6}$$

Si la tasa de crecimiento determinística es sustituida por una estocástica se tiene la expresión de ecuación A.6.

$$\bar{V}_A = \frac{D_0}{k} + \left[\frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k^2} \right] \bar{\Delta} p \quad \text{Ecuación A.6}$$

Nuevamente, se está frente a una generalización de otros modelos. Tomando como ejemplo la versión trinomial de Yao (1997), este plantea un proceso trinomial, $D_t + \Delta$ con probabilidad q_u , $D_t - \Delta$ con probabilidad q_d , D_t con probabilidad $1 - p_u - p_d$. Entonces el valor obtenido es $V = \frac{D_0}{k} + \left[\frac{1}{k} \cdot \frac{1}{k^2} \right] \Delta(p_u - p_d)$. Usando (A.6) el dividendo incremental es $\bar{\Delta} = \Delta(p_u - p_d)$ y $p = p_u - p_d$.

ANEXO II

En Tabla A.II 1 y A.II 2 se exponen los valores correspondientes a los intervalos de confianza calculados (ecuaciones 19 y 20) a 1, 2 y 3 desvíos.

Tabla A.II 1: Intervalo de confianza DD estocásticos IPC

Fecha	DDM IPC desvío					
	IC 1D+	IC 1D-	IC 2D+	IC 2D-	IC 3D+	IC 3D-
1/6/2018	26088,5703	24507,6845	26879,0132	23717,2417	27669,4560	22926,7988
1/5/2018	20413,1075	19377,611	20930,8557	18859,8627	21448,6040	18342,1145
1/4/2018	20326,1369	19321,5222	20828,4442	18819,2148	21330,7515	18316,9075
1/3/2018	20699,703	19683,2568	21207,9261	19175,0338	21716,1492	18666,8107
1/2/2018	22058,6767	20964,4679	22605,7811	20417,3635	23152,8855	19870,2591
1/1/2018	20224,5974	19300,9127	20686,4398	18839,0703	21148,2821	18377,2280
1/12/2017	18169,1265	17313,4715	18596,954	16885,6440	19024,7815	16457,8165
1/11/2017	17380,4448	16550,8168	17795,2587	16136,0028	18210,0727	15721,1888
1/10/2017	17135,1515	16339,3811	17533,0366	15941,496	17930,9218	15543,6108
1/9/2017	16405,2282	15633,3333	16791,1756	15247,3859	17177,1230	14861,4384
1/8/2017	15588,7867	14838,7932	15963,7835	14463,7965	16338,7802	14088,7997
1/7/2017	14323,0401	13636,726	14666,1972	13293,5689	15009,3542	12950,4119
1/6/2017	14806,6334	14088,0477	15165,9262	13728,7548	15525,2191	13369,4620

Tabla A.II 1 (continuac): Intervalo de confianza DD estocásticos IPC

Fecha	DDM IPC desvío					
	IC 1D+	IC 1D-	IC 2D+	IC 2D-	IC 3D+	IC 3D-
1/5/2017	14820,9468	14108,2334	15177,3035	13751,8767	15533,6601	13395,5200
1/4/2017	14916,3826	14170,4412	15289,3533	13797,4705	15662,3240	13424,4997
1/3/2017	15212,5725	14424,1378	15606,7898	14029,9205	16001,0071	13635,7032
1/2/2017	14912,8759	14123,4938	15307,5669	13728,8027	15702,2579	13334,1117
1/1/2017	14884,6257	14089,6913	15282,0929	13692,2241	15679,5601	13294,7570
1/12/2016	13931,0502	13173,7705	14309,6900	12795,1306	14688,3299	12416,4908
1/11/2016	13818,7704	13080,8020	14187,7546	12711,8179	14556,7388	12342,8337
1/10/2016	14796,551	13979,1215	15205,2657	13570,4068	15613,9805	13161,6920
1/9/2016	14952,3769	14096,4821	15380,3243	13668,5347	15808,2717	13240,5873
1/8/2016	14711,3379	13849,2832	15142,3653	13418,2559	15573,3926	12987,2285
1/7/2016	14348,0324	13522,5810	14760,7582	13109,8553	15173,4839	12697,1296

Ilustración AII 1: Intervalo de confianza al 99% IPC

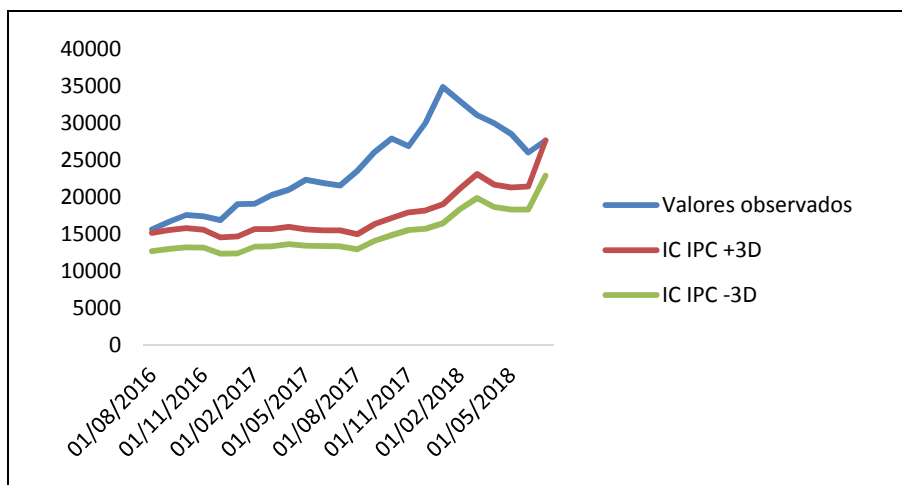
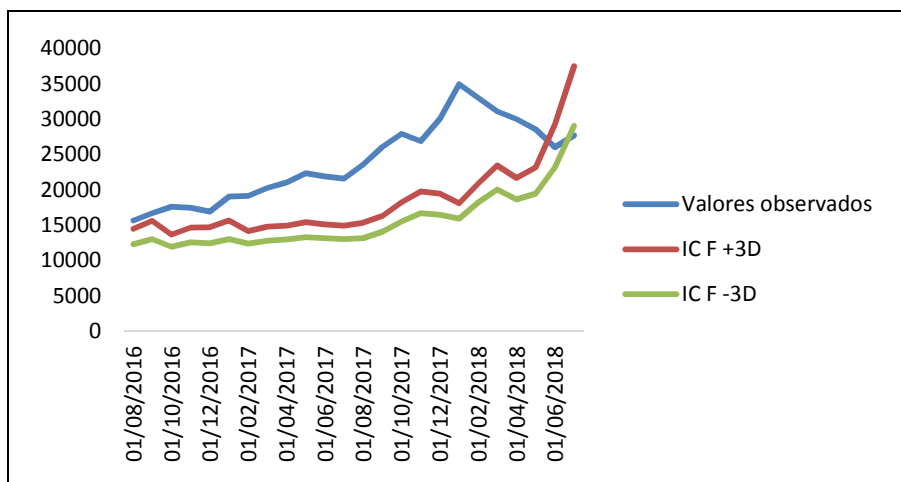


Tabla AII 2: Intervalo de confianza DD estocásticos F

Fecha	DDM F desvío					
	IC 1D+	IC 1D-	IC 2D+	IC 2D-	IC 3D+	IC 3D-
1/6/2018	34673,589	31870,8833	36074,9419	30469,5304	37476,2947	29068,1776
1/5/2018	27227,9721	25195,7475	28244,0845	24179,6352	29260,1968	23163,5228
1/4/2018	21918,3943	20673,7947	22540,6941	20051,4949	23162,9939	19429,1951
1/3/2018	20658,4857	19648,3233	21163,5668	19143,2422	21668,6480	18638,1610
1/2/2018	22309,4100	21177,0354	22875,5972	20610,8481	23441,7845	20044,6608
1/1/2018	20000,6429	19111,6381	20445,1452	18667,1357	20889,6476	18222,6334
1/12/2017	17364,7100	16634,7880	17729,6710	16269,8270	18094,6320	15904,8660
1/11/2017	18455,9080	17465,6222	18951,0510	16970,4792	19446,1939	16475,3363
1/10/2017	18751,8118	17714,9975	19270,2190	17196,5903	19788,6261	16678,1831
1/9/2017	17317,4014	16408,8212	17771,6914	15954,5311	18225,9815	15500,2411
1/8/2017	15542,2745	14799,2588	15913,7823	14427,7510	16285,2901	14056,2431
1/7/2017	14611,1347	13881,8474	14975,7784	13517,2037	15340,4220	13152,5600
1/6/2017	14294,5476	13652,5144	14615,5642	13331,4978	14936,5808	13010,4812
1/5/2017	14444,7723	13788,0548	14773,1311	13459,6960	15101,4898	13131,3373
1/4/2017	14709,5003	13994,1886	15067,1562	13636,5328	15424,8120	13278,8769
1/3/2017	14274,9525	13626,6176	14599,1200	13302,4502	14923,2874	12978,2827
1/2/2017	14114,5058	13444,2140	14449,6517	13109,0681	14784,7976	12773,9221
1/1/2017	13533,4600	12943,8867	13828,2467	12649,1000	14123,0334	12354,3133
1/12/2016	14768,9415	13888,5982	15209,1131	13448,4265	15649,2848	13008,2549
1/11/2016	13919,9857	13167,0376	14296,4598	12790,5636	14672,9338	12414,0895
1/10/2016	13942,7771	13251,4241	14288,4536	12905,7476	14634,1301	12560,0710
1/9/2016	13088,2333	12509,9818	13377,3591	12220,8561	13666,4848	11931,7303
1/8/2016	14720,8029	13857,3664	15152,5212	13425,6482	15584,2395	12993,9299
1/7/2016	13744,5647	13007,4283	14113,1329	12638,8601	14481,7011	12270,2919

Ilustración AII 2: Intervalo de confianza al 99% F



ANEXO III

```

#FUNCIONES AUXILIARES
#Funcion que calcula el Valor Presente para el modelo geometrico
VP_geometrico <- function(mu_g, sigma_g, k, N, d_0, q){
  aumenta_div <- rbinom(N, 1, q)#vector con 1 si aumentan los dividendos en t 0 si no (proceso Bernoulli)
  g_aux <- rnorm(N, mu_g, sigma_g)
  g_div <- g_aux*aumenta_div #contiene los cambios porcentuales para cada periodo (podrian ser negativos)
  #g_div <- g_div*(g_div > 0)

  #flujo de dividendos
  d <- d_0 #vector de flujo de dividendos descontados (toma d_0 como base)
  for (i in 1:N){
    d <- c(d, (1+g_div[i])*d[i])
  }
  d <- d*(d>0)
  #flujo de dividendos descontados
  d_descontado <- c()
  for (i in 1:length(d)){
    d_descontado <- c(d_descontado,d[i]/(1+k)^(i-1))
  }
  Valor_presente <- sum(d_descontado[2:length(d_descontado)])
  return(Valor_presente)
}

#####
#Simulacion Merval
#DATOS
#Usando IPC-REM
mu_g <- 0.0164
sigma_g <- 0.0071
k <- 0.0276
q <- 68/118
d_0 <- 445.03
#Usando F
#mu_g <- 0.0244
#sigma_g <- 0.00302
#d_0 <- 634.86

#Simulacion
set.seed(37)
N <- 10000 #tamano de simulacion
M <- 1000 #longitud de la serie proyectada de dividendos (tiende a inf)
VP_g <- c()
for (i in 1:N){
  VP_g <- c(VP_g, VP_geometrico(mu_g,sigma_g, k, M, d_0, q))
}
histograma_VP_g <- hist(VP_g, xlab="Valor presente", ylab="Frecuencia", main="Histograma ")
#intervalo 90%
intervalo_VP_g_90 <- quantile(VP_g, c(0.05,0.95))
#intervalo 95%
intervalo_VP_g_95 <- quantile(VP_g, c(0.025,0.975))
#intervalo 99%
intervalo_VP_g_99 <- quantile(VP_g, c(0.005,0.995))

```