



DOCENTES DE ADMINISTRACIÓN FINANCIERA

XXXVII Jornadas Nacionales de Administración Financiera  
Septiembre 2017

# UNA PROPUESTA DE SIMULACIÓN DE COMMODITIES CON RETORNO A LA MEDIA

**Sergio L. Olivo**

*Universidad de Buenos Aires  
Universidad del CEMA*

*SUMARIO: 1 Particularidades de los precios de los commodities; 2. El movimiento estocástico de los precios de las acciones; 3. El caso particular de los precios de commodities agrícolas; 4. Características del modelo de simulación; 5. El caso de las acciones y de los commodities; 6. Uso de medias móviles para medir la aceleración de la tendencia; 7. Una propuesta de simulación.*

Para comentarios: [solivo@sobc.com.ar](mailto:solivo@sobc.com.ar)

## *Resumen*

Presentamos un modelo para simular el precio de commodities para un plazo futuro de un año, con especial hincapié en el caso de los commodities agropecuarios. La simulación está basada en el MGB (movimiento geométrico browniano) y fue tratada por varios autores. En el presente trabajo, se propone una variante al método tradicional que se encuentra en proceso de investigación.

## **1. Particularidades de los precios de los commodities**

A diferencia de lo que sucede con los precios de las acciones, los precios de mercado de los commodities tienen una mayor relación con lo que podríamos llamar su *valor fundamental*, mucho más aún en el caso de los commodities agropecuarias. Definimos como *valor fundamental* al precio de equilibrio que surgiría de la relación entre oferta, demanda, stocks, variables climáticas, etc.

En cambio, en el caso de los precios de las acciones, y más aún en el caso de las acciones de empresas tecnológicas, resulta mucho más difícil establecer cuál puede ser *su* valor fundamental o de equilibrio. Tenemos el caso de acciones que han estado en tendencia alcista durante plazos muy prolongados, prácticamente todo el tiempo desde que se llevo a cabo su IPO.<sup>1</sup> Por dar un ejemplo, las acciones de la empresa Google abrieron a US\$ 50 en agosto del 2004. Haciendo omisión de la caída de precios generalizada en la bolsa americana como consecuencia de la crisis sub-prime entre octubre de 2007 y marzo de 2009, y omitiendo también algunas correcciones menores intermedias (nunca mayores al 18%) se puede decir que la acción se mantuvo prácticamente todo el tiempo en tendencia alcista desde su IPO hasta alcanzar los US\$ 1.000 de agosto de 2017 (y aún lo está), con lo cual lleva casi 9 años ininterrumpidos de suba. Tratándose de una empresa que constantemente está innovando y brindando nuevas aplicaciones a sus usuarios ¿Es posible hablar del “valor fundamental” de Google? ¿Es posible saber si la empresa se encuentra sobre-valorada? ¿En qué momento cambiará su tendencia? En algún momento, ¿revertirá a la media? Y en ese caso ¿a cuál media?

Por el contrario, en el caso de los commodities en general –y los agropecuarios en particular– es relativamente más sencillo estimar *cuándo* los precios se encuentran sobre-valorados comparando los precios actuales de mercado con los que surgen del análisis oferta-demanda (como por ejemplo, en la burbuja de precios formada entre los años 2007 y 2008).

Para el caso en particular de los precios agrícolas ya hay quienes han expuesto las dificultades inherentes a su simulación.<sup>2</sup> Por tanto, nosotros no desarrollaremos este punto y nos abocaremos directamente a analizar uno de los posibles modelos. Hay quienes basan su proceso de simulación de los precios en forma indirecta. Por ejemplo, Menichini y Lazzati<sup>3</sup> modelan el comportamiento de los precios partiendo de una relación entre el precio promedio regional al momento de cosecha, el precio de los futuros al momento de la siembra con vencimiento al momento de la cosecha y la producción nacional al momento de cosecha. Otros basan su simulación en los precios y volatilidades históricas<sup>4</sup> en un proceso –esta opinión corre por cuenta nuestra– más parecido al cálculo de una distribución de los precios más que a una simulación en sí misma. Nosotros, en cambio, nos inclinamos por aquellos los modelos que suelen aplicarse para la simulación de activos financieros (típicamente, de acciones), pero adaptándolos para su empleo en la simulación de los precios de commodities.

## 2. El movimiento estocástico de los precios de las acciones

Si asumimos la hipótesis de eficiencia de los mercados, estamos asumiendo que los precios incorporan toda la información disponible. De este modo, el mercado está en equilibrio y dicho equilibrio sólo podrá ser afectado por la aparición de una nueva noticia. Como, por definición, una nueva noticia no puede ser conocida con anticipación (si no, no sería *nueva*) concluimos que lo único que puede cambiar el equilibrio de los precios y, consecuentemente, hacer mover los mismos en alguna dirección hacia arriba o hacia abajo, es algo que no se conoce con anticipación. Como la generación de nuevas noticias *buenas* (aquellas que hacen mover a los precios hacia arriba) y *malas* (aquellas que hacen mover los precios hacia abajo)

---

<sup>1</sup> IPO, abreviatura de *Initial Public Offering* (Oferta pública inicial)

<sup>2</sup> Amilcar Menichini y Natalia Lazzati, *Modelo de simulación de ingresos para el agro*, Bolsa de Comercio de Rosario.

<sup>3</sup> Menichini y Lazzati, *op.cit.*

<sup>4</sup> R. Andrés Ferreyra, Guillermo P. Podestá, Carlos D. Messina, David Letson, Julio Dardanelli, Edgardo Guevara & Santiago Meira (2000), *A linked-modeling framework to estimate maize production risk associated with ENSO-related climate variability in Argentina*, Agricultural and Forest Meteorology.

se producen en forma aleatoria, así también los precios se moverán en forma aleatoria y los movimientos futuros no dependerán en absoluto de los precios pasados.

Asumiendo, entonces, la eficiencia del mercado, se supone que los precios actuales incorporan toda la información disponible, o sea, no dependen en absoluto de los precios pasados, y se moverán de modo aleatorio (al menos, en el muy corto plazo). La forma de modelar un proceso aleatorio de estas características es a través de lo que se conoce con el nombre de Proceso de Markov. La adaptación de un proceso de Markov a las particularidades de los precios de un activo financiero –donde, básicamente, son los precios los que tienen el comportamiento de una variable aleatoria– deviene en lo que se conoce con el nombre de movimiento geométrico browniano.

El movimiento geométrico browniano viene a solucionar un “inconveniente” del movimiento browniano estándar y es que, siguiendo ese proceso de simulación, los precios podrían tomar valores negativos (algo que, en la práctica, es imposible).

El movimiento geométrico browniano asume que el retorno de los precios presentan una distribución lognormal o, lo que lo mismo, el logaritmo natural del cociente entre un precio y el precio inmediatamente anterior, sigue una normal, por lo tanto podemos decir que:

$$\ln\left(\frac{S(t)}{S_0}\right) \sim \mathcal{N}\left(\left(\mu - \frac{1}{2}\sigma\right)t, \sigma^2t\right) \quad \text{Ecuación 1}$$

donde

$S(t)$  es una variable aleatoria que representa el precio del activo (en nuestro caso, el índice CRB) en el instante  $t$

$S_0$  es el valor inicial del activo

$\mu$  ( $\mu$ ) es el rendimiento esperado del activo

$\sigma$  ( $\sigma$ ) es la volatilidad de los precios del activo

$t$  es el período de tiempo que transcurre entre la observación de un precio y el siguiente

Como se puede ver, esta proposición asume que el logaritmo natural del cociente entre el precio del período  $t$  y el precio del período  $0$  se distribuye normalmente, con una media igual a  $\mu$  y un desvío igual a  $\sigma$ . Este es el modelo que se conoce con el nombre de movimiento geométrico browniano (MGB).<sup>5</sup>

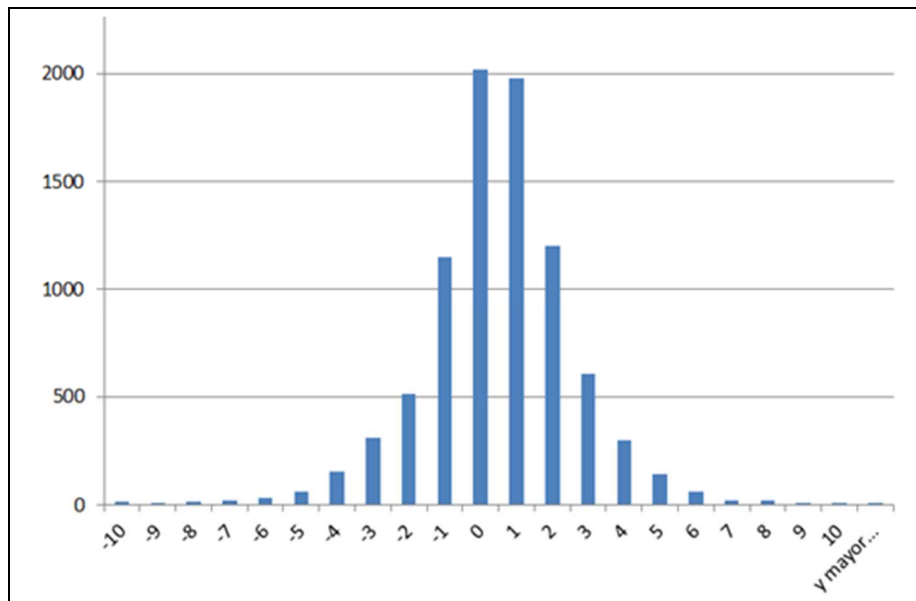
La distribución lognormal de los rendimientos de los precios es relativamente sencilla de probar.<sup>6</sup> Veamos, por ejemplo, en el gráfico 1 la distribución de los rendimientos porcentuales diarios de los precios del WTI.<sup>7</sup>

<sup>5</sup> Entre los múltiples trabajos que lo explican, recomendamos, Simon Benninga (2000), *Financial Modeling*, Massachusetts Institute of Technology.

<sup>6</sup> Véase, por ejemplo, Helyette Geman (2005), *Commodities and Commodity Derivatives: Modeling and Pricing for Agriculturals, Metals and Energy*, John Wiley & Sons.

<sup>7</sup> WTI es la abreviatura de West Texas Intermediate. Es el tipo de petróleo que se produce principalmente en Texas y es una de las principales referencias para fijar el precio del commodity. Cotiza en el Nymex (New York Mercantile Exchange).

Gráfico 1 Variación % precios WTI



Asumiendo la distribución lognormal de los rendimientos porcentuales de los precios, entonces el MGB se podrá representar por medio de esta ecuación diferencial estocástica:

$$dS_t = \mu S_t dt + \sigma S_t dW_t \quad \text{Ecuación 2}$$

donde

$S_t$  es el precio en el momento  $t$

$\mu$  es el rendimiento esperado de los precios (llamado también *drift* o deriva)

$\sigma$  es la volatilidad de los precios

$W_t$  es la representación de un movimiento browniano estándar (la parte aleatoria del proceso)

Si reescribimos la ecuación anterior como porcentaje de cambio de los precios, nos quedará:

$$\frac{dS_t}{S_t} = \mu dt + \sigma dW_t \quad \text{Ecuación 3}$$

Y finalmente, cuando resolvemos la ecuación diferencial llegamos a:

$$S_t = S_{t-1} e^{(\mu - \frac{1}{2}\sigma^2)dt + \sigma\sqrt{dt} Z_t} \quad \text{Ecuación 4}$$

donde  $Z \sim \mathcal{N}(0,1)$

Obsérvese que –y he aquí la gran ventaja práctica de esta forma de simulación de los precios–  $Z$  es una variable que presenta una distribución normal, con media igual a cero y desvío igual a 1. De este modo, dados los valores del rendimiento esperado y la volatilidad del activo, para el proceso de simulación bastará con generar números aleatorios con distribución normal, media igual a 0 y desvío igual a 1, cosa que es posible de hacer fácilmente con una planilla de Excel®.

### 3. El caso particular de los precios de commodities agrícolas

En el marco de un mercado eficiente, en términos diarios, no hay diferencias entre la composición de los precios de una acción y de un commodity. En líneas generales, y en plazos de

tiempo relativamente cortos, el modelo geométrico browniano se puede aplicar sin inconvenientes para calcular el probable precio del día siguiente de un commodity partiendo de la base de su precio del día anterior.<sup>8</sup>

Pero, considerando períodos de tiempo más extensos, aparecen algunas diferencias. En la evolución de los precios de los commodities, a diferencia del caso de las acciones, se advierte estacionalidad. Está probado que los precios se mueven en ciclos.<sup>9</sup> Asimismo, en los commodities se advierte un fenómeno de *mean reversion* (reversión a la media) mucho más marcado que en el caso de otros activos financieros. Hay distintos estudios que avalan este fenómeno. Schwartz y Smith<sup>10</sup> desarrollaron un modelo de dos factores que permite probar la existencia de *mean reversion* en el corto plazo. También puede consultarse al respecto el trabajo de Reinhold Hafner y Maria Heiden<sup>11</sup> con abundantes datos estadísticos acerca de los precios de distintos commodities.

#### 4. Características del modelo de simulación

A continuación nos referiremos al modo de llevar esta simulación a la práctica, utilizando una planilla de Excel®. Tomaremos para nuestra simulación, a modo de ejemplo, el índice CRB contado.<sup>12</sup> Como punto de partida de nuestro proceso de simulación, estamos situados temporalmente el 31 de julio de 2008. Ese día, el contado del índice CRB tuvo un precio de cierre de US\$ 416,40. El objetivo de la simulación es tratar de establecer un posible rango de precios del índice para dentro de exactamente un año, o sea, fines de julio de 2009 (aproximadamente, 250 días).

Para la simulación de los precios, me he basado en el desarrollo de Benninga.<sup>13</sup> En este desarrollo se parte de la ecuación 4 anteriormente referida para la generación de los precios simulados. Los inputs necesarios para llevar a cabo el proceso de simulación son los siguientes: rendimiento esperado del índice ( $\mu$ ), volatilidad ( $\sigma$ ), intervalo de tiempo entre un precio y el precio siguiente ( $\Delta t$ ), precio inicial del índice y una serie de 250 números aleatorios distribuidos normalmente, con media igual a cero y desvío estándar igual a uno.

En nuestro caso en particular se tomaron los siguientes valores:

Rendimiento esperado del índice ( $\mu$ ) = -28%

<sup>8</sup> Con respecto a las limitaciones en la aplicación del modelo geométrico browniano al caso específico de los commodities, puede verse: Calum G. Turvey & Gabriel Power, *The confidence limits of a geometric brownian motion*, Department of Applied Economics and Management Cornell University.

<sup>9</sup> Véase, por ejemplo: Hernán Ricci (2001), *Análisis de los ciclos en commodities agrícolas*, Bolsa de Comercio de Rosario y también: Natalia Lazzati y Juan Manuel Pacheco (2004), *Análisis de la evolución del componente estacional del precio de la soja en Argentina*, Bolsa de Comercio de Rosario.

<sup>10</sup> Eduardo Schwartz & James E. Smith (2000), *Short-term variations and long-term dynamics in commodity prices*, University of California, Los Angeles.

<sup>11</sup> Reinhold Hafner & Maria Heiden, *Statistical analysis of commodity futures returns*, en Frank Fabozzi, Roland Füss & Dieter G.Kaiser, *The Handbook of Commodity Investing*.

<sup>12</sup> El índice CRB tomó su nombre de la organización que lo calculaba originalmente, el Commodity Research Bureau. Actualmente es calculado por la empresa Thomson-Reuters y sus futuros cotizan diariamente en el New York Board of Trade. Al respecto, véase: <http://www.crbtrader.com/> y también, [http://thomsonreuters.com/products\\_services/financiam/thomson\\_reuters\\_indices/indices/commodity\\_indices/](http://thomsonreuters.com/products_services/financiam/thomson_reuters_indices/indices/commodity_indices/). El objetivo de este índice es ponderar el precio de distintos commodities, aunque con un fuerte predominio de los de origen agropecuarios (que explican el 41 por ciento del índice) y energéticos (el 39 por ciento). La lista de los diecinueve commodities que lo integran es: Aluminio, Cacao, Café, Cobre, Maíz, Algodón, Petróleo, Oro, Combustible para calefacción, Carne de cerdo, Ganado bovino en pie, Gas Natural, Níquel, Jugo de Naranja, Plata, Soja, Azúcar, Nafta sin plomo y Trigo. Nos concentraremos en el valor de contado de dicho índice.

<sup>13</sup> Simon Benninga, *op.cit.*

Volatilidad ( $\sigma$ ) = 23%  
 Intervalo de tiempo ( $\Delta t$ ) = 0,004  
 Precio inicial del índice = u\$s 416,40

Con respecto a los números aleatorios –la variable Z, distribuida normalmente, con media cero y desvío 1– los mismos fueron generados con la herramienta *Generación de números aleatorios* incluida en el Excel ®:

La planilla quedará como se muestra a continuación:

		=E6*EXP(\$B\$6*\$B\$8+\$B\$7*D7*RAIZ(\$B\$8))			
	A	B	C	D	E
1	<b>Simulación Precios índice CRB</b>				
2					
3					
4			<b>Periodo</b>	<b>F(Normal)</b>	<b>Precio CRB</b>
5					
6	Retorno Esperado	-33%	0		416.4000
7	Volatilidad	23%	1	-0.5759432	412.3813
8	$\Delta t$	0.004	2	0.159600404	412.7946
9	Precio inicial del índice CRB	416.4	3	-0.77021014	407.6570
10			4	2.050192052	419.4437
11			5	-0.4852177	415.9442
12			6	0.162390279	416.3779
13			7	-0.54656994	412.5356
14			8	-0.1120361	411.3206
15			9	-1.50096184	401.9064
16			10	-2.2940003	388.2034
17			11	-1.25264933	380.6909

En la celda B6, el rendimiento esperado (*drift* o *deriva*). En la celda B7, la volatilidad esperada para el período proyectado. En la celda B8, el intervalo de tiempo ( $\Delta t$ ) o delta t. En la celda B9, el precio de partida para la simulación. En este caso, el precio del índice CRB el día 31 de julio de 2008 (US\$ 416,4). En la columna C, partiendo desde C6 hacia abajo, los sucesivos períodos de la simulación, que en este caso llegarán hasta 250 dado que se está simulando el precio del índice CRB para dentro de 1 año (250 ruedas). En la columna D, partiendo de D7 hacia abajo, se computará la variable Z. Y finalmente, en la columna E, los sucesivos precios simulados para el índice CRB, cuya fórmula se detalla más arriba.

#### 4.1 Justificación de los valores tomados

#### 4.1.1 Rendimiento esperado del índice ( $\mu$ ) = -28%

En el presente modelo,  $\mu$  representa el rendimiento esperado de la variable cuyos valores se van a simular (*drift* o *deriva*). En el caso de la simulación del precio de una acción, habitualmente se toman valores positivos y, dependiendo del tipo de acción y de la tendencia de los precios, del orden del 10 al 15 por ciento anual, valores consistentes con las tendencias de largo plazo. Básicamente, tomar un  $\mu$  del 10 por ciento implica asumir que se espera que dicha acción incremente su precio –en promedio– un 10 por ciento al año.

En nuestro caso, como es obvio, al tomar un número negativo (-28%), estamos asumiendo que la tendencia de los precios el año próximo será bajista.

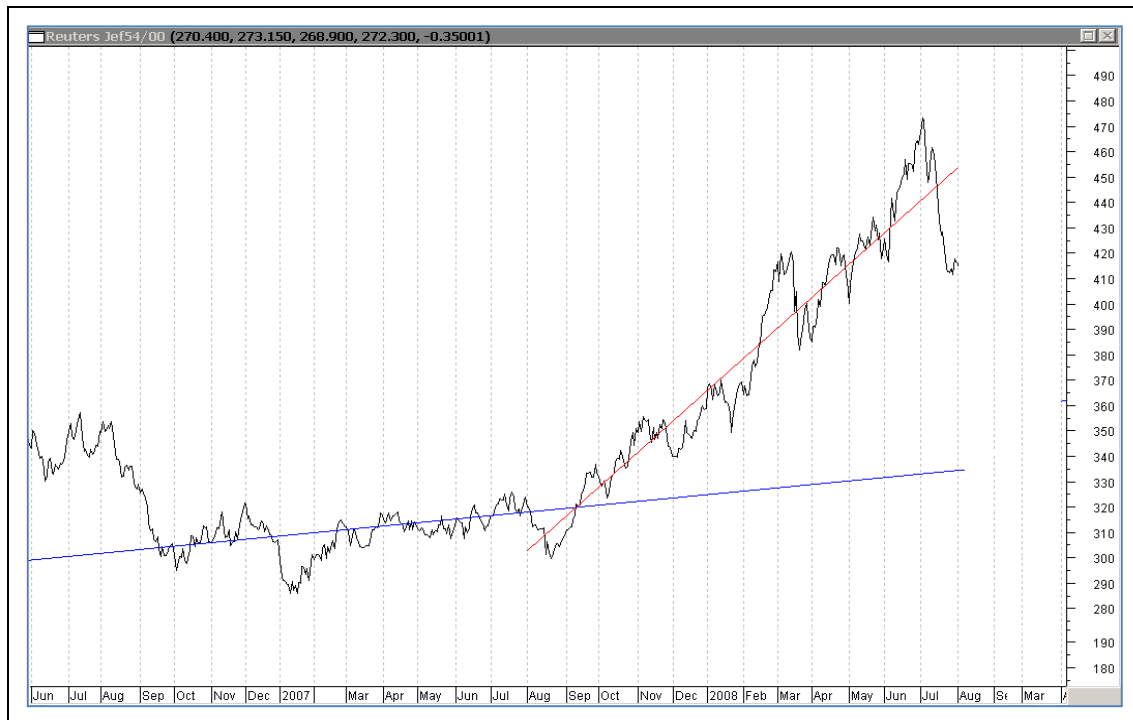
En el gráfico 2 se observa la evolución del índice CRB desde el año 1994 hasta el año 2008. Como hemos dicho, el cierre del índice del 31/07/2008 fue de US\$ 416,40. La línea de color azul representa la línea de regresión de los precios, calculada para el período enero 1994 a julio 2008. La pendiente de dicha línea de regresión es del 8,7 por ciento anual, un valor consistente con la apreciación de largo plazo de los commodities en general hasta ese momento (recordemos que estamos tomando en consideración un índice compuesto por distintos tipos de commodities). Dicho de otro modo, en el período considerado, los commodities se han venido apreciando a razón de un 8,7 por ciento anual.

Gráfico 2 Evolución del índice CRB 1994-2008



Es de destacar, como se aprecia claramente en el gráfico 3, que a mediados del año 2007 dio comienzo un proceso de gran aceleración en los precios de los commodities, que los llevó a registrar nuevos máximos históricos. La pendiente de la nueva línea de regresión de los precios (de color rojo, desde julio de 2007 hasta julio de 2008) es del 59 por ciento, lo que significa que los precios, en ese último (y mucho más corto) período, se han apreciado a una tasa del 59 por ciento anual.

Gráfico 3 Evolución del índice CRB 2007-2008



Partiendo de la base que esa tasa de crecimiento es inconsistente en el largo plazo <sup>14</sup> y asumiendo la característica de los commodities a revertir a la media (*mean reversion*), podríamos calcular cuál *debería* ser la tasa de apreciación negativa, de modo tal que dentro de un año, los precios hayan regresado a su sendero de crecimiento *normal*. Si los precios han venido creciendo el último año a una tasa del 59 por ciento, y la tasa de crecimiento *normal* es del 8,7 por ciento, al cabo del siguiente año, los precios deberían caer un 28 por ciento para regresar a su media.

*Somos conscientes que este supuesto es muy fuerte.* Estamos suponiendo q los precios *retornaran a la media* y, por lo tanto, van a bajar el próximo año. Nos basamos en la experiencia histórica que demuestra ese tipo de comportamiento para los commodities. Sin embargo, hay otro supuesto más fuerte aún y es que estamos suponiendo que los precios *retornarán a la media* dentro del plazo de un año. ¿Qué sucedería si los precios, efectivamente retornaran a la media pero mucho más rápidamente, tomándose para ello un plazo mucho menor al año? En ese caso, a pesar de que el supuesto –que los precios bajaran- hubiera sido correcto, considerar un valor de  $\mu$  igual a -28% hubiera sido incorrecto.

#### 4.1.2 Volatilidad ( $\sigma$ ) = 23%

Es la volatilidad del índice CRB contado, medida al 31 de julio de 2007, en base anual. Como parte del proceso de simulación, según este modelo, se supone que durante las próximas 250 ruedas, la volatilidad se mantendrá en ese mismo nivel.

#### 4.1.3 Intervalo de tiempo ( $\Delta t$ ) = 0,004

<sup>14</sup> A mediados de 2008, la demanda de commodities no podía seguir incrementándose de modo consistente con ese incremento tan acelerado de los precios, de allí que podamos hablar de un crecimiento inconsistente en el largo plazo. Pero, valga la aclaración, podemos hacer esta aseveración por tratarse de commodities. Tratándose del precio de una acción, es difícil poder establecer que *tal* o *cual* tasa de apreciación es (o no) consistente en el largo plazo. Recordemos, a modo de ejemplo, el caso de Google planteado al comienzo.



Estamos intentando proyectar los precios al cabo de las próximas 250 ruedas, de modo tal que el intervalo de tiempo, medido en términos unitarios, es de 0,004 (1/250).

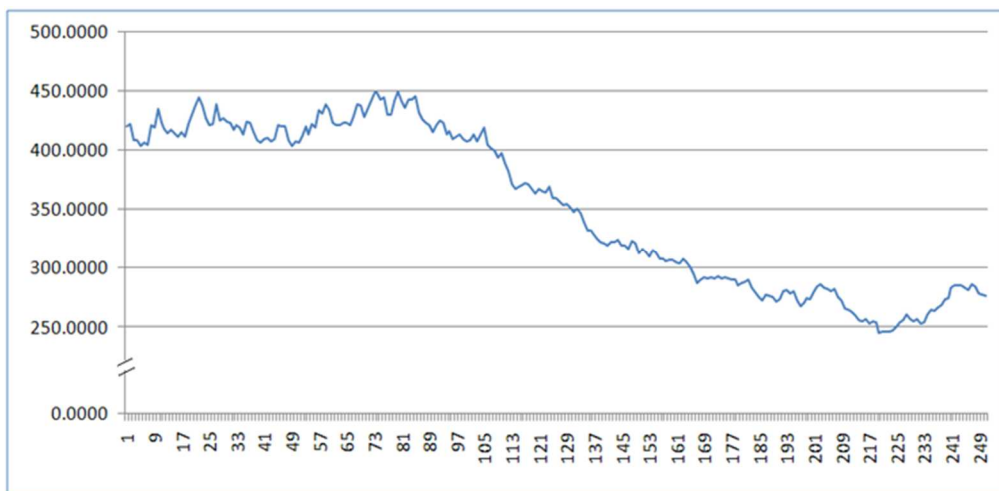
4.1.4 Precio inicial del índice = 416,40

Es el precio de cierre que registró el índice CRB el 31 de julio de 2008, punto de partida de la simulación.

4.2 Resultados de la simulación en Excel ®

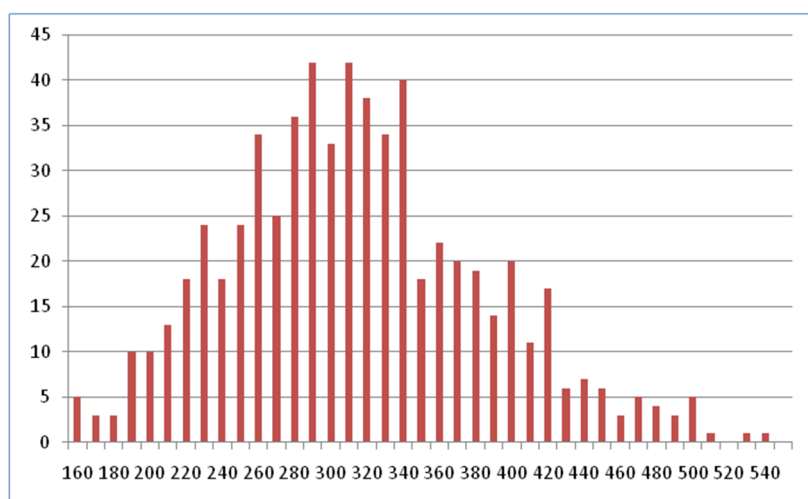
Como parte del proceso de simulación, se llevaron a cabo mil tiradas de datos. Al cabo de cada una de las tiradas, se obtuvieron 250 precios simulados para cada uno de los próximos 250 días. Como nuestro interés se centra en obtener la distribución de los precios que, se espera, tendrán al final del año, sólo computamos –a los efectos del cálculo de dicha distribución– el supuesto precio de cierre que se estima (según nuestra simulación) tendrá el índice CRB dentro de 250 días. A continuación se observa el resultado de las distintas tiradas. Se hicieron en total mil tiradas, o sea, se tiene como resultado mil posibles precios del índice CRB para el día número 250.

1	275.3794482	101	280.8564094	201	262.6818619	301	387.9170519	401	377.8183552	501	363.1454046	601	388.0627737
2	298.4183765	102	207.0491504	202	267.04427	302	222.2054536	402	328.4010748	502	490.1425324	602	283.7387202
3	271.0245876	103	359.0708466	203	189.1589566	303	261.4007332	403	274.6439845	503	283.347164	603	218.7138619
4	293.6901678	104	237.537992	204	252.8432891	304	193.6804721	404	328.5021813	504	285.1003206	604	450.1250013
5	317.7113746	105	261.8472197	205	250.7144094	305	434.9911797	405	267.1863071	505	407.4993636	605	347.6997535
6	279.3088854	106	491.0941967	206	288.1814503	306	376.1746117	406	196.7897905	506	209.4097439	606	373.0662327
7	211.9496668	107	404.7386545	207	365.4270444	307	486.7218025	407	316.6861545	507	227.6072034	607	411.8128849
8	202.3551619	108	237.3789975	208	359.1336536	308	231.7629738	408	299.5586166	508	247.8436314	608	355.9070997
9	292.5816422	109	288.4338373	209	321.2225714	309	286.3418414	409	326.7544645	509	306.4246848	609	281.6476406
10	346.8083335	110	209.756205	210	294.5405103	310	297.7154199	410	360.1314003	510	338.260223	610	415.6454751
11	362.764076	111	376.3480672	211	227.4903637	311	208.6167312	411	281.8151591	511	325.3028014	611	280.8564094
12	217.9508084	112	356.1854827	212	336.8470234	312	430.7304596	412	275.1654628	512	334.0702649	612	207.0491504
13	369.6085987	113	215.6865305	213	337.8022263	313	395.7086557	413	275.3794482	513	288.9023933	613	359.0708466
14	285.783751	114	323.1533205	214	293.5924539	314	262.8071534	414	298.4183765	514	360.9954741	614	237.537992
15	271.2133611	115	220.2074792	215	321.6689357	315	352.7030945	415	271.0245876	515	295.2470147	615	261.8472197
16	320.0692866	116	242.5503113	216	323.955163	316	301.2717154	416	293.6901678	516	252.2892205	616	491.0941967
17	384.6705527	117	329.2043041	217	385.5035772	317	235.6894769	417	317.7113746	517	293.4604835	617	404.7386545
18	266.5919859	118	248.8401166	218	195.6219048	318	310.0357182	418	231.9500699	518	318.7433871	618	237.3789975
19	261.4263995	119	307.9643707	219	233.7865798	319	269.7600633	419	334.0303571	519	280.6910995	619	288.4338373
20	184.2452749	120	395.7102459	220	250.5780706	320	338.7894555	420	392.6098658	520	338.3370591	620	209.756205
21	224.8365062	121	334.8274537	221	276.5564872	321	188.5346395	421	257.5936711	521	361.9372162	621	376.3480672
22	445.356457	122	468.8113848	222	242.7328757	322	395.6756556	422	258.2382037	522	302.3628834	622	356.1854827
23	362.3687113	123	410.0969373	223	275.4070153	323	344.4892175	423	348.1067611	523	305.1067611	623	215.6865305
24	365.3883516	124	415.0713675	224	259.0214206	324	400.9656859	424	400.9656859	524	323.1533205	624	323.1533205
25	387.9170519	125	377.9441388	225	404.5171456	325	212.552071	425	212.552071	525	323.1533205	625	323.1533205
26	222.2054536	126	314.5781374	226	414.3602407	326		426		526		626	
27	273.332	127	377.8183552	227	223.6623022								



Además, para cada una de las tiradas, se obtuvo un gráfico con la evolución simulada de los precios del índice CRB al cabo del próximo año, tal como se muestra en el gráfico siguiente. En este caso en particular <sup>15</sup> se aprecia como los precios parten del último valor conocido (el cierre del 31 de julio de 2008) y evolucionan en forma aleatoria de tal forma de llegar al 31 de julio de 2009 a un valor hipotético de aproximadamente 280 dólares.

Al cabo de las mil tiradas, y como resultado de computar cada uno de los mil hipotéticos precios de cierre al 31 de julio de 2009 (día número 250) se puede calcular cual sería la distribución de los mismos, la cual se muestra en el siguiente gráfico:



Aquí se observa que, como resultado de la simulación, podemos suponer que los precios del índice CRB a julio de 2009 (dentro de un año, tomando como punto de partida julio de 2008) se encontrarán en un rango que va desde los US\$ 160 hasta los US\$ 540.<sup>16</sup> Sin embargo, no todos los valores son igualmente probables. Podemos decir también que, según esta simulación, *los valores más probables para el índice CRB dentro de un año, se encuentren en un rango de entre US\$ 260 y US\$ 340 aproximadamente*. El valor medio de la presente distribución es de 305 dólares.

En el gráfico 4 se observan los precios reales del índice CRB durante el período julio 2008–julio 2009. El precio de cierre del índice CRB al 3 de agosto de 2009 fue de 266.30 dólares. Según la simulación, existía un 30 por ciento de probabilidades que, al cabo de un año, los precios del CRB fueran de US\$ 270 o menos.

Gráfico 4 Evolución del índice CRB 2008-2009

<sup>15</sup> A modo de muestra, reproducimos uno sólo de los gráficos generados entre mil distintos.

<sup>16</sup> Al cabo de las mil tiradas, en una (y sólo una) de ellas se obtuvo un valor de 681 dólares. A los efectos de la mejor exposición del gráfico, y por tratarse de un único valor, lo descartamos.

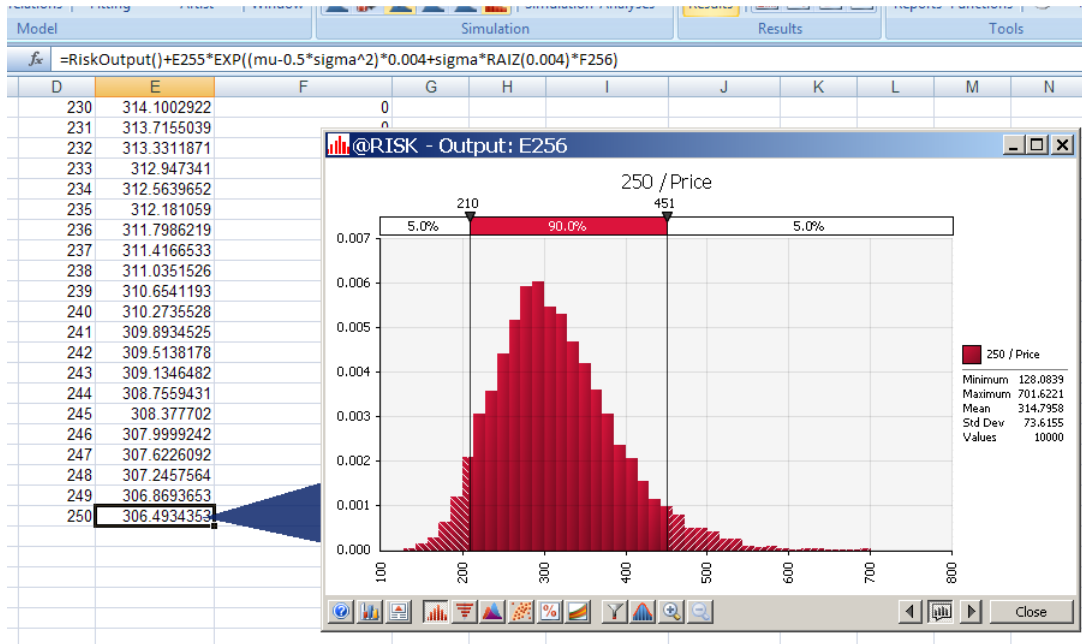


#### 4.3 Resultados de la simulación utilizando @Risk <sup>17</sup>

Un proceso similar podría haberse llevado a cabo mediante la utilización del software @Risk. En este caso, se emplea la misma fórmula que la explicada anteriormente. En la celda correspondiente a la variable aleatoria Z se empleó la fórmula =RiskNormal(0,1) de modo de generar números en forma aleatoria pero que sigan una distribución normal con media cero y desvío 1. Luego, se selecciona la celda correspondiente al precio de cierre del día número 250 como la celda de salida de modo de obtener la distribución correspondiente.

En nuestro caso, el proceso de simulación arrojó, entre otros, los siguientes resultados: El rango de valores más probables para el precio dentro de 250 días está entre los 290 y los 300 dólares. La media de los precios simulados es de 314,7958. Otro dato que se puede extraer de la simulación (que se muestra en el gráfico a continuación) es que se puede estimar, con un intervalo de confianza del 90%, que el precio del índice CRB dentro de 250 días estará entre los 210 y los 451 dólares.

<sup>17</sup> El modelo que se emplea es el provisto por Wayne Winston (2008), *Financial Models using simulation and optimization IP*, Palisade Corporation. Capítulo 31: Modeling Stock Price or Project Value with Lognormal.



#### 4.4 Las variables de la simulación

En resumen, y como hemos visto, las variables de la simulación son:

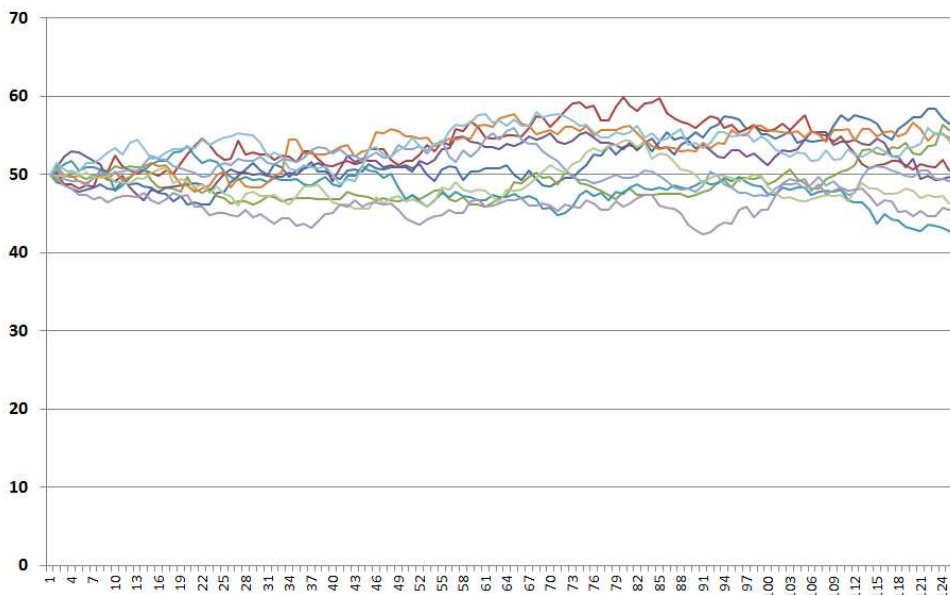
- $\mu$  es el rendimiento esperado de los precios (llamado también *drift* o deriva)

- $\sigma$  es la volatilidad de los precios

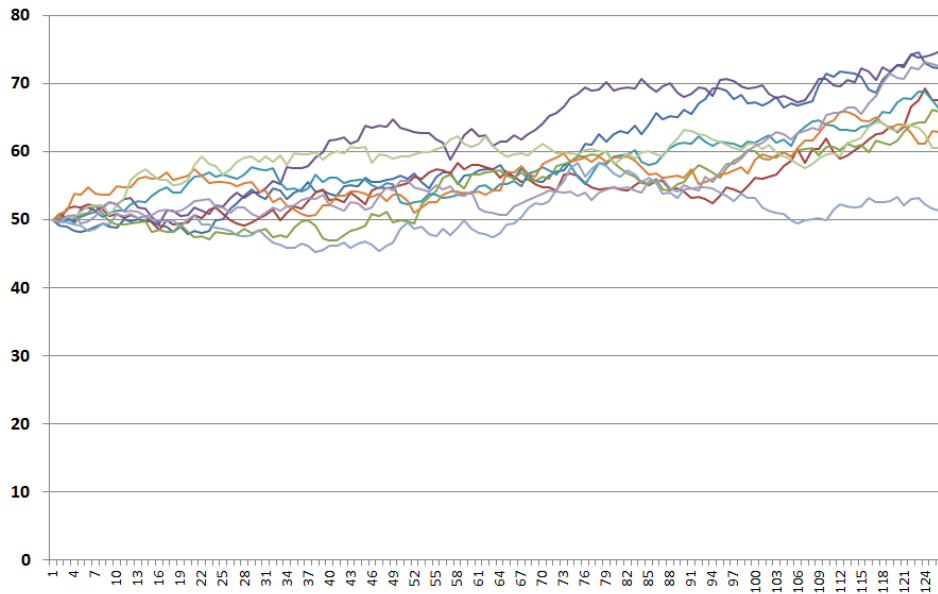
- $Z$  es la parte aleatoria del proceso, para simular la cual se generarán números aleatorios de media = 0 y desvío = 1.

Veamos qué sucedería con el camino aleatorio simulado de los precios si tomamos distintos valores para el *drift* o *deriva* y para la volatilidad. En los gráficos que siguen se simulan 10 posibles caminos que tomarán los precios asumiendo distintos valores para la volatilidad y para la *deriva*.

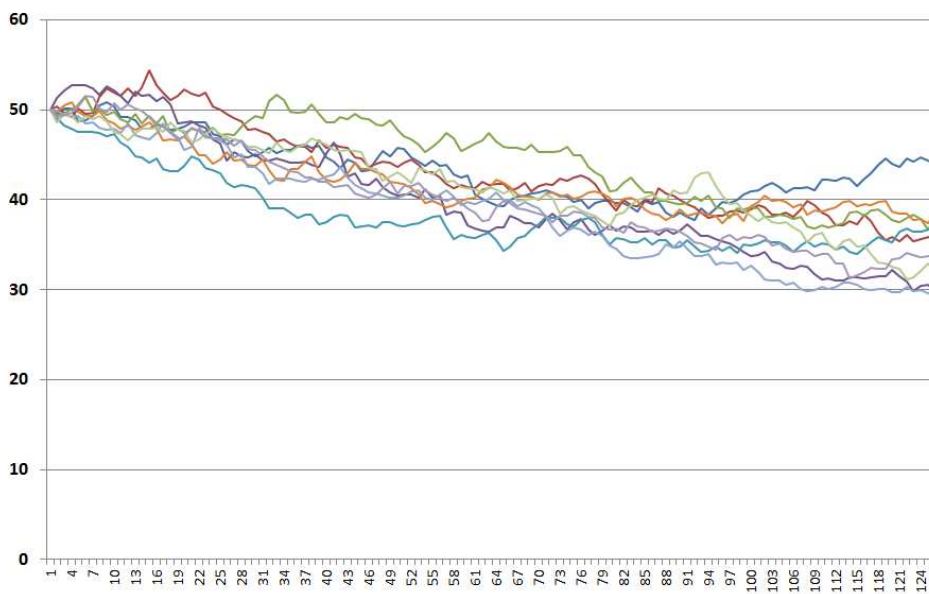
*Primer ejemplo: Drift 0%; Volatilidad 19%*



Segundo ejemplo: Drift 25%; Volatilidad 19%



Tercer ejemplo: Drift -25%; Volatilidad 19%



Por lo visto en los gráficos precedentes, la mayor o menor volatilidad tiene como efecto que los distintos recorridos simulados de los precios se encuentren más cercanos unos de otros (cuando la volatilidad es menor) o más lejanos unos de otros (cuando la volatilidad es mayor).

Salvo en momentos extremos del mercado (cuando se está gestando una “burbuja” de precios, o cuando nos encontramos en medio de un *crack* bursátil), podemos asumir que la volatilidad histórica es una buena *proxi* de la volatilidad futura. Además, más allá de su influencia en los recorridos futuros simulados (haciendo que los distintos caminos aleatorios se desplacen más o menos concentrados o alejados unos de otros) su influencia no es determinante (como sí lo es la *deriva*).

En cambio, la variable que sí parece ser determinante a la hora de proyectar el posible camino futuro de los precios es la variable  $\mu$  ( $\mu_i$ ) (la deriva de los precios). En definitiva,  $\mu$  hace a la inclinación que tomarán los distintos caminos, hacia arriba cuando  $\mu$  toma un valor

positivo, y hacia abajo cuando es negativo. El éxito de la simulación descansa en la correcta estimación de la variable  $\mu$ .

## 5. El caso de las acciones y de los commodities

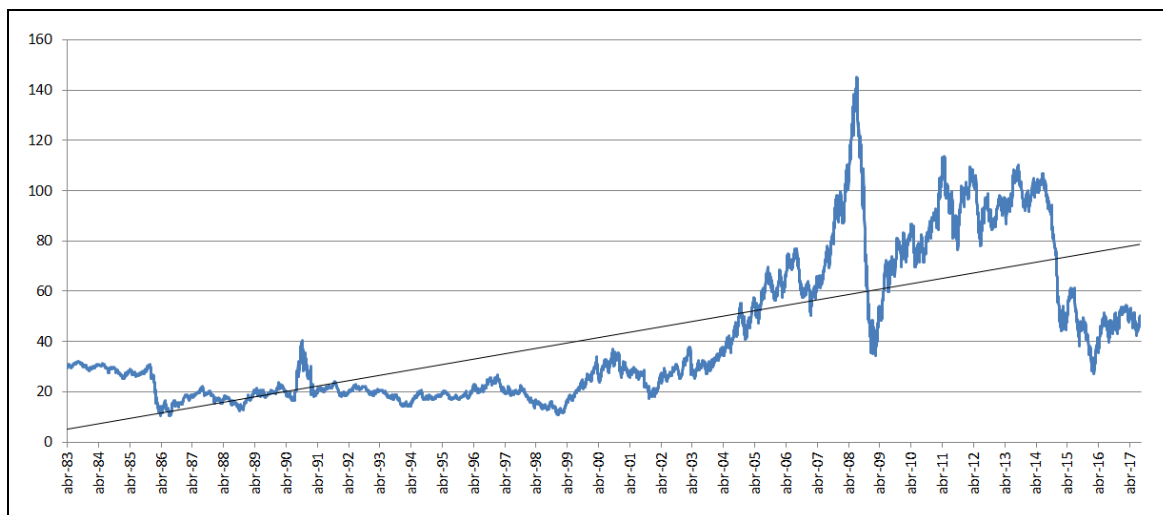
Los modelos de simulación que podríamos denominar clásicos calculan  $\mu$  como la media de crecimiento de largo plazo de los precios. El problema se presenta cuando, en algún momento, los precios se encuentran muy lejos de su valor fundamental.

En medio de una burbuja de precios (como la que se observó entre los años 2007 y mediados del 2008) se hace difícil sostener que los precios seguirán creciendo aún más. Pero si asumimos como válido que se verificará el *retorno a la media* (ver el apartado 3) tendremos una manera de proyectar  $\mu$ .

En primer lugar, habrá que verificar si, al momento de la proyección, los precios se encuentran por encima o por debajo de la pendiente de crecimiento de largo plazo. Si nos encontramos por debajo de la misma, y partimos de la base que se producirá el retorno a la media, entonces el rendimiento proyectado o deriva ( $\mu$ ) será positivo (los precios subirán, al menos, hasta alcanzar la pendiente de crecimiento de largo plazo).

Es la situación que se observa entre principios y mediados del año 2016 (ver el gráfico 5).

Gráfico 5



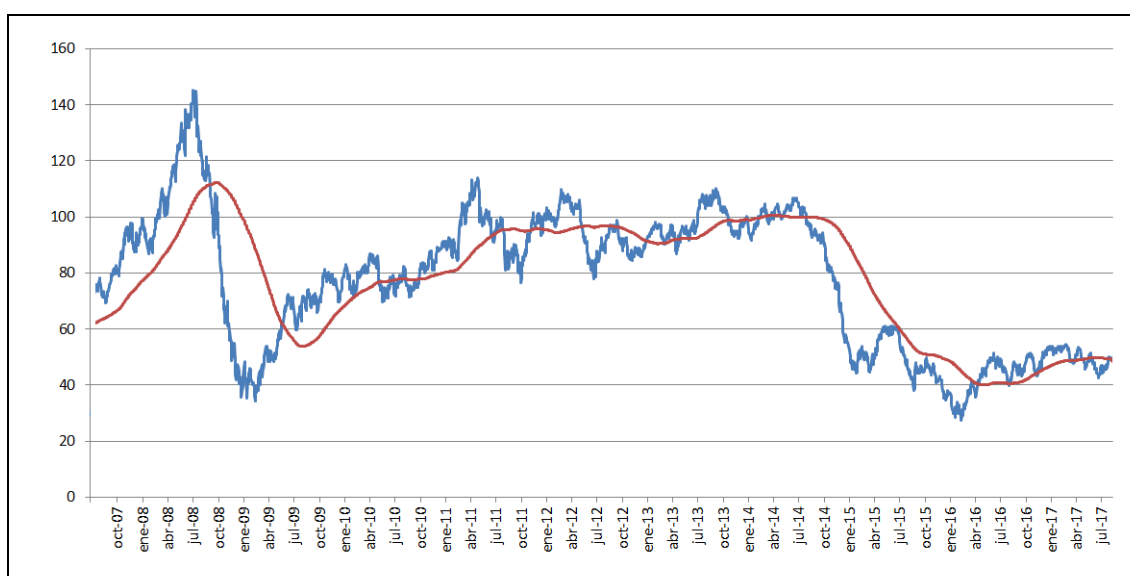
Si por el contrario los precios se encuentran por encima de la pendiente de crecimiento de largo plazo (situación en la que se encontraban, por ejemplo, a mediados del año 2014), y partimos de la base que volverán a la media, entonces debería proyectarse un rendimiento negativo (los precios bajarán hasta alcanzar, al menos, la pendiente de largo plazo). Esta forma de proyectar un posible valor para la variable  $\mu$  fue el que se utilizó en el modelo explicado precedentemente (ver el apartado 4).

Pero esta metodología de proyección basada en la pendiente de largo plazo no está exenta de inconvenientes. El éxito de la proyección dependerá de la fecha que se utilice como punto de partida. Como es obvio, para el cálculo de la pendiente de largo plazo no es lo mismo tomar como punto de partida el año 1983 que el año 2008.

## 6. Uso de medias móviles para medir la aceleración de la tendencia

La siguiente propuesta se basa en asignar un valor a  $\mu$  no en función de la posición relativa de los precios respecto de su pendiente de largo plazo, sino en función de su posición relativa respecto de la media móvil de 200 ruedas. No se tomó la media de 200 ruedas al azar, sino que la misma representa la media que es considerada por el mercado como patrón de medida para establecer la tendencia de largo plazo. En tanto los precios se encuentren por encima de la media de 200, entonces se dirá que los precios se encuentran en medio de una tendencia de largo plazo alcista. Al contrario, mientras los precios se ubiquen por debajo de la media de 200 ruedas, entonces se considerará que los precios se encuentran en medio de una tendencia de largo plazo bajista. El gráfico 6 muestra la evolución de los precios del trigo en Chicago (color azul) y la media móvil de 200 ruedas (color rojo).

Gráfico 6



En la medida en que los precios se encuentren por encima de la media móvil de 200 y alejándose cada vez más de ella, será señal que la tendencia de corto plazo es alcista. Asimismo se puede comprobar que, cuanto más alejados estén los precios de su media (o sea, cuanto mayor sea la tendencia alcista de corto plazo) más chances habrá que los precios muestren valores inferiores contemplando un horizonte de un año hacia adelante.

Así también, cuando los precios se encuentren por debajo de la media móvil de 200 y alejándose cada vez más de ella, será señal que la tendencia de corto plazo es bajista. Y cuanto más alejados estén los precios de su media (o sea, cuanto mayor sea la tendencia bajista de corto plazo) más chances habrá que los precios muestren valores superiores con un horizonte de un año hacia adelante.

En lugar de utilizar la media móvil de 200 ruedas, otra alternativa es considerar la diferencia entre dos medias móviles, una de corto y otra de largo plazo. La utilización de dos medias móviles es un sistema de trading relativamente común entre los traders. La idea es utilizar dos medias móviles de distinto plazo, las cuales reaccionarán con distinta velocidad a los cambios de los precios. Cuando la media móvil de corto plazo se encuentra por encima de la media móvil más “larga” se considera que la tendencia de la especie analizada es alcista. Por el contrario, cuando la media móvil de corto plazo se encuentre por debajo de la media más “larga”, la tendencia se considerará bajista. En este caso, al utilizar dos medias móviles, la diferencia entre ambas será la medida de cuán fuerte o débil es la tendencia. En la medida que la tendencia de los precios sea cada vez más fuerte, las dos medias tenderán a separarse cada vez más una de la otra. A mayor separación, más fuerte es la tendencia.

Asimismo puede comprobarse que, cuanto más fuerte es la tendencia, más cerca nos encontramos de un fenómeno de *exageración*<sup>18</sup> de la tendencia, ya sea esta alcista o bajista. Y cuando mayor sea esa *exageración*, o sea, cuanto mayor sea la aceleración del movimiento alcista (o bajista), más chances habrá que los precios dentro de un año sean más bajos (altos) que los actuales. Dicho de otro modo, cuanto mayor sea la aceleración de la tendencia, más chances habrá que nos encontremos cerca de un techo (o piso) de los precios, y que los mismos reviertan la tendencia.

## 7. Una propuesta de simulación

A lo largo de un período de tiempo prolongado (desde 1983 hasta 2017) se computaron los porcentajes de separación entre las medias móviles de 21 ruedas<sup>19</sup> y de 200 ruedas.



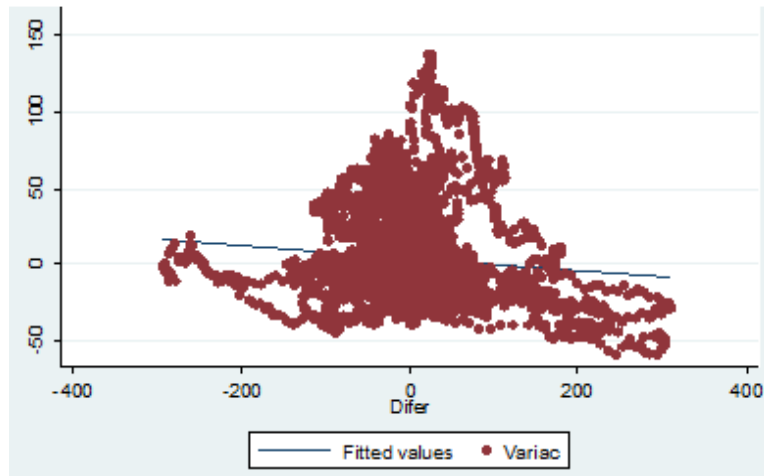
Luego, se agruparon los mismos por rangos de valores. Por ejemplo, se agruparon todos aquellos casos en los que el porcentaje de separación se encontró entre 0% y -5%, entre 0% y +5%, entre +5% y +10%, etc. Y para cada una de las fechas en las cuales la diferencia porcentual entre las dos medias móviles se ubicó en esos rangos, se calculó cual fue la variación porcentual de los precios un año después. Y se pudo comprobar que existe una correlación negativa entre la diferencia entre las dos medias móviles y la variación porcentual de los precios a futuro. Esto es, a mayor diferencia positiva (cuando la media de corto plazo se encuentra por encima de la media de largo plazo) mayor probabilidad encontramos que dentro un año los precios estén en valores por debajo de los actuales. Por el contrario, a mayor diferencia negativa (cuando la media de largo plazo se encuentra por encima de la media de corto plazo) mayor probabilidad encontramos que dentro un año los precios estén en valores por encima de

<sup>18</sup> Definimos *exageración* de la tendencia como un estado de ánimo exageradamente optimista (en el caso de una tendencia alcista) por parte de los operadores, quienes suponen que los precios podrían seguir creciendo a ese ritmo durante mucho tiempo mas, dándose así las condiciones para la aparición de una burbuja de precios. Al contrario, en el caso de un estado de ánimo exageradamente pesimista (tendencia bajista) es cuando se dan las condiciones para un crack bursátil.

<sup>19</sup> Tal como consideramos a la media de 200 ruedas como medida de la tendencia de largo plazo, así también tomamos a la media de 21 ruedas como medida de la tendencia de corto plazo.



los actuales. Se comprobó, además, que la correlación es estadísticamente significativa. Lo dicho se presenta en los dos gráficos siguientes:



La probabilidad que NO exista una relación estadísticamente significativa es casi nula

```
. regress Variac Difer, level (99)
```

Source	SS	df	MS			
Model	52403.9927	1	52403.9927	Number of obs =	8206	
Residual	5977929.76	8204	728.66038	F( 1, 8204) =	71.92	
Total	6030333.75	8205	734.95841	Prob > F =	0.0000	
				R-squared =	0.0087	
				Adj R-squared =	0.0086	
				Root MSE =	26.994	

Variac	Coef.	Std. Err.	t	P> t	[99% Conf. Interval]	
Difer	-.0401083	.0047295	-8.48	0.000	-.0522935	-.0279231
_cons	3.719433	.2980318	12.48	0.000	2.951576	4.487291

Teniendo en cuenta lo precedente, y partiendo de la base del modelo de simulación presentado en el apartado 4, el modelo de simulación propuesto consiste en simular dos variables aleatorias. Por un lado, y al igual que en el modelo anterior, la variable  $Z$  (números aleatorios que siguen una distribución normal, con media igual a cero y desvío igual a 1). Por otro lado, la variable  $\mu$  (el *drift* o deriva). En el modelo anterior,  $\mu$  era un valor fijo que dependía de la expectativa a futuro que tuviéramos de los precios y muy influenciado por la posibilidad de que los mismos *retornaran a la media de crecimiento histórico* en ese plazo futuro. En este modelo propuesto,  $\mu$ , en lugar de tener un valor fijo, será una variable aleatoria que seguirá la distribución que haya surgido del análisis de la data histórica.<sup>20</sup>

El resultado de la simulación será, al igual que en el modelo tratado en el apartado 4, un rango de valores posibles, en lugar de un precio único. De este modo se puede calcular la pro-

<sup>20</sup> Debe tenerse en cuenta que este modelo se encuentra en etapa de prueba. Contemplar a  $\mu$  como una variable aleatoria, en lugar de un único valor fijo implicaría -para algunos autores- la modificación de la ecuación diferencial estocástica referida anteriormente (fórmula 2, del punto 4). Al respecto puede verse: Rajna Gibson & Eduardo S. Schwartz, *Stochastic convenience yield and the pricing of oil contingent claims*, Journal of Finance, Volume 45, Issue 3, July 1990, 959-976. Y sobre la solución analítica de la ecuación, A. Krul, *Calibration of stochastic convenience yield models for crude oil using the Kalman filter* (2008) (Tesis de maestría). El nuestro sería, entonces, un enfoque mucho más simplificado.

babilidad que los precios del commodity que estamos proyectando se encuentren en un determinado rango, algo ciertamente mucho más útil que la proyección de un único valor fijo.

