

Costo de capital con costo del patrimonio apalancado como el riesgo de los escudos fiscales

Cost of Capital with Levered Cost of Equity as the Risk of Tax Shields

Joseph Tham, Ph. D.
Duke University
thamjx@duke.edu

Ignacio Vélez-Pareja, M. Sc.
Universidad Tecnológica de Bolívar
Cartagena, Colombia
ivelez@unitecnologica.edu.co
nachovelez@gmail.com

Resumen

Se presenta la derivación de costo de capital bajo la premisa del ahorro de impuestos de riesgo descuento con el costo de capital apalancado. Se demuestra que la formulación es coherente y se deriva de los principios financieros básicos. Esta formulación es válida para los flujos de caja finitos y perpetuidades sin crecimiento. Además, se puede calcular sin la circularidad entre el valor y la tasa de descuento.

Palabras clave

Costo de capital apalancado, valoración de empresas, ahorro de impuestos, escudo fiscal, tasa de descuento del ahorro de impuestos, el riesgo del ahorro de impuestos.

Referencias JEL

M21, M40, M46, M41, G12, G31, J33

Abstract

We present the derivation of cost of capital under the assumption of risky tax shields discounted with the cost of levered equity. We show that the formulation is consistent and is derived from basic financial principles. This formulation is valid for finite cash flows and non growing perpetuities. In addition, it can be calculated without the circularity between value and discount rate.

Key Words

Cost of levered equity, firm valuation, tax shields, discount rate for tax shields, risk of tax shields.

JEL codes

M21, M40, M46, M41, G12, G31, J33

Costo de capital con costo del patrimonio apalancado como el riesgo de los escudos fiscales

Introducción

Descontar el ahorro de impuestos, AI, o escudo fiscal, es un tema que estimula el debate entre los académicos. Las propuestas van desde el costo de la deuda libre de riesgo hasta el costo del patrimonio con deuda. Esto plantea varios enfoques para descontar los ahorros en impuestos.

El enfoque más popular y clásico establece que los escudos fiscales deben ser descontados al costo de la deuda, véase, por ejemplo, (1) y (2), (3), (4), (5), (6) y (7).

Un segundo y más reciente enfoque dice que la tasa de descuento del ahorro de impuestos debería ser el costo de capital sin deuda, véase, por ejemplo, (8), (9), (10), (11), (12).

Por último, (13), (14) y (15), sugieren descontar el ahorro de impuestos con el costo de la deuda para el año t y con el costo del patrimonio sin deuda para todos los años siguientes desde el año $t + 1$. Para una discusión sobre esta propuesta, véase (12).

Por otro lado, (16), sugiere que el valor del ahorro de impuestos no es el valor presente del ahorro de impuestos y propone una formulación independiente del costo de los escudos fiscales de la deuda y los impuestos. En (17) Cooper y Nyborg le responden que, efectivamente, el valor del ahorro de impuestos es el valor presente del ahorro de impuestos.

En (18) Kolari propone que el riesgo de ahorro de impuestos es el costo del patrimonio con deuda. Deriva una formulación compleja para el costo del patrimonio con deuda, K_e , bajo este supuesto, como una raíz de una ecuación de segundo grado de donde K_e se despeja. Además de ser una expresión engorrosa, esta solución tiene el problema tradicional de la circularidad, porque K_e depende del valor del mercado del patrimonio.

En este trabajo se propone una fórmula simple para el costo del patrimonio con deuda bajo el supuesto de K_e como el riesgo de los escudos fiscales. Esta formulación tiene la virtud de no generar circularidad y funciona para flujos de caja finitos y perpetuidades sin crecimiento. Esta solución es coherente con la propuesta de Kolari.

El trabajo está organizado en tres secciones. La Sección Uno presenta la formulación de K_e . La Sección Dos muestra dos ejemplos en los que se verifica su corrección tanto para los flujos de caja finitos y como para una perpetuidad sin crecimiento. En la Sección Tercera se concluye. Hay un apéndice donde se muestra la derivación algebraica de este K_e .

Sección Uno. Fórmula para el K_e

La tasa de descuento de los ahorros en impuestos o escudos fiscales ha sido objeto de debate desde hace más de 40 años. El tema básico de la discusión ha sido si esa tasa es K_d , el costo de la deuda, o más específicamente, la tasa libre de riesgo, R_f , o K_u , el costo del patrimonio desapalancado.

Con esos escenarios la expresión para el costo del patrimonio con deuda, K_e , será diferente dependiendo del escenario.

Cuando se está en el escenario del costo de la deuda, la expresión para K_e es

$$K_{e_t} = K_{u_t} + (K_{u_t} - K_{d_t}) \left(\frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} - \frac{V_{t-1}^{TS}}{P_{t-1}} \right) \quad (\text{Ec. 1})$$

Donde K_u es el costo del patrimonio sin deuda, K_d es el costo de la deuda, D es el valor de mercado de la deuda, P es el valor de mercado del patrimonio y V^{TS} es el valor de mercado del ahorro en impuestos.

Se entiende que cuando se dice valor de mercado significa que es el valor que fija el mercado de valores o en su defecto, el valor presente de los flujos de caja futuros asociados a ese valor y descontados a la tasa de descuento apropiada.

Cuando la tasa de descuento del ahorro en impuestos es K_u , la expresión para K_e es

$$K_{e_t} = K_{u_t} + (K_{u_t} - K_{d_t}) \frac{D_{t-1}}{P_{t-1}} \quad (\text{Ec.2})$$

A partir de las relaciones básicas entre los flujos de caja y valor se llega a esta formulación sencilla para el caso en que la tasa de descuento del ahorro en impuestos es K_e :

$$K_{e_t} = K_{u_t} + \frac{(K_{u_t} - K_{d_t}) \times D_{t-1}}{V_{t-1}^{Un} - D_{t-1}} \quad (\text{Ec.3})$$

Donde K_e es el costo del patrimonio con deuda, K_u es el costo de capital sin deuda, K_d es el costo de la deuda, V^{Un} es el valor de la empresa sin deuda y D es el valor de la deuda.

Una pregunta acerca de (Ec. 3) es que si D podría ser mayor o igual a V^{Un} . Si la empresa tiene 100% de apalancamiento, entonces significa que el propietario

es el tenedor de la deuda y no recibirá más que el valor presente del flujo de caja libre, FCL. Por otro lado, cuando el endeudamiento es de 100%, el flujo de caja libre FCL, es idéntico al flujo de caja de la deuda, FCD y la empresa no obtendrá ningún ahorro en impuestos AI (la empresa se quiebra) y por lo tanto, $D = V^{Un}$. Este es un caso límite y cuando D es idéntica a V^{Un} , K_e es indeterminada, como ocurre con otras fórmulas para el costo de capital dentro de los otros contextos de la tasa de descuento de los ahorros en impuestos o escudos tributarios. Cuando la empresa tiene un endeudamiento de 100% el valor del patrimonio con deuda, P desaparece y K_e es indeterminado.

Para llegar a la fórmula de K_e se parte de una relación básica en finanzas y en las relaciones fundamentales de conservación de flujos de caja y valores, así:

$$FCL + AI = FCD + FCA \quad (\text{Ec. 4})$$

$$V^{Un} + V^{AI} = D + P \quad (\text{Ec. 5})$$

Esto se muestra en el apéndice.

Sección Dos. Ejemplo

En primer lugar, se presenta una perpetuidad no creciente, con una deuda constante.

Tabla 1. Datos de entrada para una perpetuidad no creciente y deuda constante

T	30%
K_d	6%
D	2
K_u	10%
FCL	1

Usando (Ec. 3) se calcula K_e y P , el valor del flujo de caja del accionista, FCA, a perpetuidad. En la tabla 2a se calcula este valor.

Tabla 2 a. Cálculo de los flujos de caja y del valor a perpetuidad

$AI = K_dTD$	0,036
$FCD = K_dD$	0,120
$FCA = FCL + AI - FCD$	0,916
$K_{e_t} = K_u + (K_u - K_d)D / (V^{Un} - D)$	11,00%
$P = FCA / K_e$	8,327

En la tabla 2b se calcula el valor de la firma y usando (Ec. 5) se deriva el valor de P .

Tabla 2 b. Cálculo de los flujos de caja y de los valores a perpetuidad

$V^{Un} = FCL / K_u$	10,0000
$K_{e_t} = K_u + (K_u - K_d)D / (V^{Un} - D)$	11,00%
$V^{AI} = AI / K_e$	0,3273
$V^L = APV^* = V^{Un} + V^{AI}$	10,3273
$P = V^L - D$	8,3273

*APV es el Adjusted Present Value o Valor presente ajustado.

Como se puede observar de las dos tablas anteriores, los valores obtenidos son idénticos, lo cual indica que los métodos son consistentes.

En el caso de flujos de caja finitos se utilizan los mismos datos de entrada a excepción del flujo de caja libre, FCL que estará definido para cada período. Una vez más, usando (Ec. 3) se tiene para el cálculo del valor del patrimonio y de la firma (incluye el cálculo del valor con el costo promedio ponderado de capital CPPC):

Tabla 3. Cálculo del FCL y del FCA

		Año 1	Año 2	Año 3
FCL		1,000	2,000	3,000
D	2,000	2,000	2,000	
$AI_t = Kd_t D_{t-1} T$		0,036	0,036	0,036
$FCD_t = Kd_t D_{t-1} T + D_t - D_{t-1}$		0,120	0,120	2,120
$FCA_t = FCL_t + AI_t - FCD_t$		0,916	1,916	0,916

En la tabla 3 se calcula el Ahorro en impuestos, AI, el flujo de caja de la deuda, FCD, y finalmente, el flujo de caja del accionista usando (Ec.4). Debe recordarse que el flujo de caja del accionista es un flujo residual.

En la tabla 4 se calcula el valor de la firma con el APV, al igual que se hizo en la tabla 2b para la perpetuidad.

Tabla 4. Cálculo del valor de la firma con el Valor presente ajustado (APV)

		Año 1	Año 2	Año 3
FCL		1,000	2,000	3,000
$V^{Un} = VP(FCL \text{ at } K_u)$	4,816	4,298	2,727	
$Ke_t = K_u + (K_u - K_d) \times D_{t-1} / (V^{Un}_{t-1} - D_{t-1})$		12,84%	13,48%	21,00%
$AI_t = Kd_t D_{t-1} T$		0,036	0,036	0,036
$V^{AI} = VP(AI \text{ a } Ke)$	0,083	0,058	0,030	
$V = APV = V^{Un} + V^{AI}$	4,899	4,356	2,757	

En la tabla 5 se calcula el valor de mercado del patrimonio a partir del flujo de caja del accionista, FCA y se calcula también el valor de mercado de la firma usando (Ec. 5). Estos valores son consistentes con los encontrados en la tabla 4.

Tabla 5. Cálculo del valor de la firma con el Valor presente del FCA y Deuda

		Año 1	Año 2	Año 3
$FCA_t = FCL_t + AI_t - FCD_t$		0,9160	1,9160	0,9160
$P = VP(FCA \text{ at } Ke)$	2,8992	2,3555	0,7570	
D	2,0000	2,0000	2,0000	
$V = P + D$	4,8992	4,3555	2,7570	

Finalmente, en la tabla 6 se calcula el valor de mercado de la firma usando el flujo de caja libre, FCL y el costo promedio ponderado de capital, CPPC. Se

observa que este valor es consistente con los encontrados por los otros métodos de las tablas 4 y 5.

Tabla 6. Cálculo del valor de la firma con CPPC

		FCL ₁	FCL ₂	FCL ₃
FCL		1,0000	2,0000	3,0000
D%		40,82%	45,92%	72,54%
Kd(1-T)		4,20%	4,20%	4,20%
KdD%(1-T)		1,71%	1,93%	3,05%
Ke= Ku + (Ku-Kd)D/(Vun-D)		12,84%	13,48%	21,00%
P%=1-D%		59,18%	54,08%	27,46%
P%Ke		7,60%	7,29%	5,77%
WACC		9,31%	9,22%	8,81%
Valor de la firma	4,8992	4,3555	2,7570	

Como se observa en las tablas 3 a 6 los resultados son totalmente consistentes. El APV y el valor presente del Flujo de caja del Accionista más deuda son idénticos. El valor de la firma usando el flujo de caja libre y el costo promedio ponderado de capital, CPPC es idéntico a los otros resultados. Teniendo en cuenta el procedimiento básico para el cálculo de Ke y su consistencia entre todos los métodos, se puede afirmar que este procedimiento y su formulación son teóricamente correctos.

Conclusiones

Se ha encontrado una fórmula para Ke cuando el riesgo de los AI es Ke. La fórmula tiene dos virtudes: no genera la circularidad entre el valor y la tasa de descuento y es válida para flujos de caja finitos y perpetuidades sin crecimiento. Los resultados son consistentes.

Referencias Bibliográficas

1. Modigliani, F., Miller, M. H., 1958. The cost of capital, corporation finance and the theory of investment. *American Economic Review* 48, 261-297.
2. Modigliani, F., Miller, M. H., 1963. Corporation income taxes and the cost of capital: A correction. *American Economic Review* 53, 433-443.
3. Myers, S. C., 1974. Interactions of corporate financing and investment decisions –Implications for capital budgeting. *Journal of Finance* 29, 1–25.
4. Luehrman, R., 1997. Using APV: A Better Tool for Valuing Operations. *Harvard Business Review* 75, 145-154.
5. Brealey, R.A., Myers, S. C., 2003. *Principles of Corporate Finance*. New York: McGraw-Hill.
6. Damodaran, Answath, 2002. *Investment Valuation – 2nd Ed.* Hoboken, N.J.: John Wiley & Sons Inc. <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/pdfiles/valn2ed/ch15.pdf>.
7. Damodaran, Aswath. 2005. Valuation Approaches and Metrics: A Survey of the Theory and Evidence. *Foundations and Trends in Finance* Vol. 1, No 8 pp. 693–784. Disponible en <http://pages.stern.nyu.edu/~adamodar/pdfiles/papers/valuesurvey.pdf>
f. DOI: 10.1561/05000000013
8. Harris, R. S., Pringle, J., 1985. Risk-adjusted Discount Rates: Extensions from the Average Risk Case. *Journal of Financial Research* 8, 237–244.

9. Ruback, R. S., 2002. Capital cash flows: A simple approach to valuing risky cash flows. *Financial Management* 31, 85-103.
10. Tham, Joseph and Vélez-Pareja, Ignacio, 2001. The Correct Discount Rate for the Tax Shield: The N-period Case (April). Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=267962> or doi:10.2139/ssrn.267962
11. Tham, Joseph and Ignacio Vélez-Pareja, 2004, *Principles of Cash Flow Valuation. An Integrated Market-based Approach*. Boston: Academic Press.
12. Vélez-Pareja, Ignacio, 2010. Risky Tax Shields and Risky Debt: A Monte Carlo Approach (June 27, 2010). Disponible en SSRN: <http://ssrn.com/abstract=1630056>
13. Miles, J., Ezzell, J. R., 1980. The weighted average cost of capital, perfect capital markets, and project life: A clarification. *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 15, 719-730.
14. Miles, J., Ezzell, J. R., 1985. Reformulating the tax shield: A note. *Journal of Finance* 40, 1485-1492.
15. Arzac, Enrique R. and Lawrence R. Glosten, 2005. A Reconsideration of Tax Shield Valuation. *European Financial Management* 11:4, pp. 453-461.
16. Fernandez, P., 2004. The value of tax shields is NOT equal to the present value of tax shields. *Journal of Financial Economics* 73, 145-165.

17. Cooper, I. A., Nyborg, K. G., 2006. The value of tax shields IS equal to the present value of tax shields. *Journal of Financial Economics* 81, 215-225.
18. Kolari, James W. 2010, On the Debt Tax Shield Controversy in Corporate Valuation: Discounting at the Levered Cost of Equity. Downloadable from <http://www.mfa-2010.com/papers/Debt%20Tax%20Gains%20Kolari%20MWFA.pdf>
(Visited, July 23, 2010)

Apéndice

Fórmula para Ke cuando el riesgo de los AI es Ke

$$\Psi_t \times V^{AI}_{t-1} = AI_t \quad (\text{Ec. A1})$$

$$Ke_t \times P_{t-1} = FCA_t \quad (\text{Ec. A2})$$

$$Kd_t \times D_{t-1} = FCD_t \quad (\text{Ec. A3})$$

$$Ku_t \times V^{Un}_{t-1} = FCL_t \quad (\text{Ec. A4})$$

$$V^{L}_{t-1} = V^{Un}_{t-1} + V^{AI}_{t-1} \quad (\text{Ec. A5a})$$

$$V^{Un}_{t-1} = P_{t-1} + D_{t-1} - V^{AI}_{t-1} \quad (\text{Ec. A5b})$$

$$FCL_t + AI_t = FCA_t + FCD_t \quad (\text{Ec. A6})$$

$$Ku_t \times V^{Un}_{t-1} + \psi_t \times V^{AI}_{t-1} = Ke_t \times P_{t-1} + Kd_t \times D_{t-1} \quad (\text{Ec. A7})$$

Suponiendo que $\psi_t = Ke_t$

$$Ku_t \times V^{Un}_{t-1} + Ke_t \times V^{AI}_{t-1} = Ke_t \times P_{t-1} + Kd_t \times D_{t-1} \quad (\text{Ec. A8a})$$

$$Ke_t \times (P_{t-1} - V^{AI}_{t-1}) = Ku_t \times V^{Un}_{t-1} + Kd_t \times D_{t-1} \quad (\text{Ec. A8b})$$

$$Ke_t \times (V^{Un}_{t-1} - D_{t-1}) = Ku_t \times V^{Un}_{t-1} - Ku_t \times D_{t-1} - Kd_t \times D_{t-1} + Ku_t \times D_{t-1} \quad (\text{Ec. A8c})$$

$$Ke_t \times (V^{Un}_{t-1} - D_{t-1}) = Ku_t \times (V^{Un}_{t-1} - D_{t-1}) + (Ku_t - Kd_t) \times D_{t-1} \quad (\text{Ec. A8d})$$

$$Ke_t = Ku_t + \frac{(Ku_t - Kd_t) \times D_{t-1}}{V^{Un}_{t-1} - D_{t-1}} \quad (\text{Ec. A8e})$$